

FORTHCOMING PAPER · #90B50-18-08

UN NUEVO ENFOQUE PARA RESOLVER EL PROBLEMA DE CLASIFICACIÓN ORDINAL CON RESTRICCIONES AL NÚMERO DE OBJETOS EN LAS CATEGORÍAS

*Eduardo R. Fernández¹, *Omar I. Gaxiola², *Jorge A. Navarro

*Universidad Autónoma de Sinaloa, Culiacán, Sinaloa, México.

ABSTRACT

This work addresses the ordinal classification (sorting) problem in which the objects (actions) are evaluated with multiple criteria. In this kind of problem the classes (categories) are ordered. This research focuses on problems with category size restrictions, in which the decision maker (DM) wants to fulfill some constraints on the number of objects that should be assigned to certain categories. The proposal uses a set of training examples (assignment examples), that contains implicit information about the DM's assignment policy. A Preference Disaggregation Analysis (PDA) (indirect parameter elicitation) is performed on the set of training examples and plausible ELECTRE TRI-B model's parameters are inferred. Using this information and the category size restrictions, a final ELECTRE TRI-B preference model is obtained as the best compromise solution to a multiobjective optimization problem, which is solved by the MOEA/D algorithm. The model is consistent with the assignment policy and the size restrictions from the DM.

KEYWORDS: Multiple criteria analysis; ordinal classification; category size constraints; MOEA/D.

MSC: 90B50

RESUMEN

Este trabajo aborda un problema de clasificación ordinal en el que los objetos (acciones) son evaluados por múltiples criterios. La investigación se centra en el problema de clasificación con restricciones al tamaño de las categorías (clases), cuando el encargado de la decisión (decision-maker, DM) siente la necesidad o la conveniencia de establecer restricciones sobre el número de objetos que deben ser asignados a las diferentes categorías. La propuesta utiliza un conjunto de ejemplos de entrenamiento (ejemplos de asignación) que contiene información implícita de la política de asignación del DM. Se aplica un Análisis de Desagregación de Preferencias (PDA) (obtención indirecta de los parámetros del modelo de preferencias) al conjunto de referencia, para inferir los parámetros de un modelo ELECTRE TRI-B. Con esta información y empleando las restricciones al tamaño de las categorías, se obtiene el mejor modelo preferencial del tipo ELECTRE TRI-B como la solución de un problema de optimización multiobjetivo, que se resuelve empleando el algoritmo MOEA/D. El modelo preferencial obtenido reproduce la política de asignación del DM implícita en el conjunto de referencia, considerando las restricciones sobre los tamaños de las categorías.

PALABRAS CLAVE: Análisis multicriterio; clasificación ordinal; restricción del tamaño de la categoría; MOEA/D.

1. INTRODUCCIÓN

Los problemas de decisión en presencia de múltiples criterios pueden ser separados en dos clases: problemas de decisión discretos y problemas de decisión continuos. En el primer tipo los objetos (acciones) se describen explícitamente, generalmente en forma enumerativa. En la segunda clase el conjunto de objetos se describe

¹eddyf@uas.edu.mx

²ogaxiola270781@gmail.com

por un conjunto de restricciones (problema de optimización multiobjetivo); la región factible está formada por un conjunto de gran cardinal, incluso no numerable.

Según la escuela europea de ayuda a la decisión multicriterio son varias las situaciones que deben considerarse. Roy [19] distingue tres tipos de análisis que pueden llevarse a cabo para proporcionar apoyo significativo al DM: selección, clasificación y ordenamiento.

Dado un conjunto A de objetos, el problema de selección ($P.\alpha$) consiste en determinar un subconjunto $A^* \subset A$, tan pequeño como sea posible, compuesto de los objetos que se consideran los más significativos. El Problema de ordenamiento ($P.\gamma$) consiste en construir un ordenamiento (ranking) de los objetos en sentido decreciente de preferencia. La prescripción resultante puede ser dada en términos de un orden parcial o de un orden completo [7]. Los problemas de clasificación ($P.\beta$) consisten en asignar objetos del conjunto A en categorías predefinidas. La asignación de un objeto a , a la categoría apropiada depende de su valor intrínseco y no de la comparación de a con otros objetos de A . Varios métodos han sido desarrollados para este tipo de problemas (e.g. [1],[5], [6],[12],[13],[18], [21]).

Este trabajo aborda un problema de clasificación multicriterio donde las categorías y los criterios tienen una escala al menos ordinal, es decir, donde se distinguen las preferencias del decisor para valores distintos en sus dominios. Ejemplos típicos de este tipo de problemas incluyen clasificación de países con diferentes niveles de riesgo basados en sus criterios sociopolíticos y económicos, clasificación de aplicaciones de crédito bancarios, clasificación de solicitudes de ingreso de estudiantes, y la clasificación de diferentes tipos de fondos de financiamiento. Algunos problemas de clasificación son mostrados en Doumposy Zopounidis [7].

Se presentan situaciones donde se requiere imponer restricciones al problema de clasificación acerca de cómo deben ser distribuidos los objetos entre las categorías. Mousseau [15] define este tipo de problemas como Problemas de Clasificación con Restricciones (CSP, por sus siglas en inglés Constrained Sorting Problem) con respecto al tamaño de la categoría. Los problemas CSP pueden surgir en una gran variedad de situaciones reales, por ejemplo:

1. Una agencia de financiamiento puede tener restricciones acerca del número de proyectos que puede financiar en un alto nivel.
2. En el proceso de admisión de estudiantes se presentan restricciones similares cuando el número de estudiantes que pueden ser aceptados es menor al número de solicitudes de admisión que son recibidas por la universidad.
3. En financiamiento público, por ejemplo de proyectos de investigación, donde el presupuesto solicitado es mayor al presupuesto disponible.

En un CSP se pueden definir diferentes tipos de limitaciones sobre el tamaño de las categorías [11]:

- Una categoría puede incluir un porcentaje de todos los objetos.
- El número de objetos asignados a una categoría debe ser menor que el número de objetos asignados a otra categoría.
- El número de objetos asignados a una categoría puede ser definido como un intervalo.

En la tabla 1 se listan los escasos estudios en la literatura que consideran la clasificación con restricciones en los tamaños de las categorías. Mousseau [15] propone un método basado en el método de análisis multicriterio UTADIS (UTilités Additives DIScriminantes) para restringir el número de objetos en cada categoría. Cardinal y otros [3] aplicaron la metodología a un conjunto de solicitudes de admisión a la especialidad de Ingeniería Industrial de la Escuela de Ingeniería Ecole Centrale Paris, donde el decano establece cuántos estudiantes pueden ser admitidos por especialidad en la escuela. Cada año el número de aplicantes es mayor a esta cantidad. Un problema de selección de cartera con restricción en el tamaño de las categorías fue resuelto por Zheng y otros [23]. En [17] Özpeynirciy otros resuelven dos problemas CSP incorporando interactividad con el DM para ayudar al algoritmo en la búsqueda de la solución. Para resolver los problemas utilizan los métodos UTADIS y MR-Sort, y resuelven el modelo propuesto con programación lineal entera mixta (MILP). Kadzinski y Słowinski [9] muestran una propuesta de desagregación de preferencias para un método de no-inferioridad (outranking) inspirado en PROMETHEE, cuando se requiere restricción de tamaños sobre las categorías. Linealizan el modelo y resuelven el problema como un problema de programación lineal MILP. En [10] resuelven un problema de asignación de presupuesto a unidades de investigación para el Ministerio de Ciencia y Educación Superior de Polonia. Desarrollan un método llamado DIS-CARD que utiliza un algoritmo MILP para encontrar la solución.

Como puede verse en la tabla 1, varios de los enfoques precedentes utilizan un método de outranking para integrar las preferencias del DM. Los métodos de outranking, principalmente los basados en ELECTRE, tienen la capacidad de manejar información ordinal, cualitativa y con cierto grado de imprecisión, además de preferencias intransitivas y situaciones de veto e incomparabilidad. En todos los trabajos realizados en la

literatura, el problema de CSP planteado es linealizado y resuelto con programación lineal entera mixta. Cuando el método incorpora un enfoque de outranking, la linealización se logra prescindiendo de la capacidad del veto, que es una de las cualidades principales de la metodología ELECTRE. Esta investigación se centra en resolver el problema de clasificación con restricción en el tamaño de las categorías empleando el método de clasificación ELECTRE TRI-B y la inferencia de parámetros (PreferenceDisaggregationAnalysis, PDA) para extraer la política de asignación del DM, implícita en un conjunto de ejemplos de referencia. Se admite la capacidad de veto y las incomparabilidades que de ella resultan, y la no-linealidad se maneja empleando algoritmos evolutivos. La propuesta utiliza el algoritmo MOEA/D para resolver el modelo propuesto como un problema de optimización multiobjetivo, que considera la información preferencial obtenida de la inferencia de parámetros y las restricciones en los tamaños de las categorías impuestas por el DM. Para validar la metodología propuesta, se realizó una experimentación exhaustiva con diferentes tamaños de categorías, números de criterios y tamaños de los conjuntos de entrenamiento (conjunto T) y de objetos a clasificar (conjunto A). Algunas características de nuestra propuesta se dan en la última fila de la Tabla 1.

Tabla 1. Publicaciones asociadas a los problemas CSP

Publicación	Año	No. de categorías	No. de Criterios	No. de objetos por clasificar (A)	No. de Objetos de entrenamiento (T)	Método de clasificación	Técnica de solución
On the notion of category size in multiple criteria sorting models [15]	2003	3	7	100	--	UTADIS	MILP
Constrained multicriteria sorting method applied to portfolio selection [23]	2011	3	6	100	30	LECTRE TRI-B	MILP
An application of constrained multicriteria sorting to student selection [3]	2011	4	6	76	5 y 3 declaraciones del DM	LECTRE TRI-B	MILP
DIS-CARD: a new method of multiple criteria sorting to classes with desired cardinality [9]	2013	4	3	15	--	UTADIS	MILP
Parametric evaluation of research units with respect to reference profiles [10]	2015	3	4	20	--	PROMETHEE	MILP
Multicriteria sorting with category size restrictions [11]	2016	5	3	81	--	UTADIS	MILP
		5	7	100	--		
An interactive algorithm for multiple criteria constrained sorting problem [17]	2017	4	8	76	--	UTADIS MR-Sort	MILP
		2	6	76	--		
Nuestra propuesta							
Un nuevo enfoque para el problema de clasificación ordinal con restricciones al número de objetos en las categorías.	--	3 4 5	3 5 7	50 100 200 1000	3,5,7,10 objetos por categoría	LECTRE TRI-B	MOEA

El documento está organizado de la manera siguiente: En la sección 2 se describen las definiciones y conceptos básicos. En la sección 3 se explican el método de inferencia de los parámetros del modelo de

preferencias(PDA) y el modelomultiobjetivoimplementado. La sección cuarta muestra la experimentación y los resultados; por último, en la sección 5 se presentan las conclusiones y el trabajo futuro.

2. DEFINICIONES Y CONCEPTOS BÁSICOS

Sea $C = \{C_1, C_2, \dots, C_M\}$ el conjunto finito de categorías ordenadas; ($M \geq 2$); C_M es la categoría más preferida. El término “preferida” es relativo a cada problema de clasificación particular (por ejemplo, más calidad, menos riesgo, más aceptable).

Sea $T = \{t_1, t_2, \dots, t_h\}$ un conjunto finito de ejemplos de asignación (objetos o acciones de referencia), donde $|T| = h$.

Sea $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ un conjunto finito de decisión con objetos o acciones a clasificar, donde $|A| = n$.

Sea $G = \{g_1, g_2, \dots, g_m\}$ una familia coherente de criterios (Bouyssou)([2]), donde $g_j(\mathbf{a})$ es la evaluación en el j -ésimo criterio de la acción \mathbf{a} , donde $\mathbf{a} \in A$, $g_j(\mathbf{a}) \in \mathcal{R}^+$ y $|G| = m$.

Sea $W = \{w_1, w_2, \dots, w_m\}$ el conjunto de pesos, donde $w_j \in (0,1)$ denota la importancia del j -ésimo criterio g_j , donde $g_j \in G$ y $\sum_{j=1}^m w_j = 1$.

Sea $B = \{b_1, b_2, \dots, b_p\}$ el conjunto de perfiles frontera, donde $|B| = p, p = M - 1$ y b_k separa las categorías C_k y C_{k+1} .

2.1. Optimización multiobjetivo

Un problema de optimización multiobjetivo (MOP), puede ser formulado como sigue [18]:

$$\text{minimizar } \mathbf{F}(\mathbf{x}) = \left(f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_{\text{num_obj}}(\mathbf{x}) \right) \quad (1)$$

$$\mathbf{x} \in \Omega$$

donde Ω es el espacio de decisión, $\mathbf{F}: \Omega \rightarrow \mathbf{R}^{\text{num_obj}}$ consiste de **num_obj** funciones objetivo reales y $\mathbf{R}^{\text{num_obj}}$ es llamado el espacio objetivo. El espacio objetivo es definido como el conjunto $\{\mathbf{F}(\mathbf{x}) | \mathbf{x} \in \Omega\}$. En la mayoría de los casos los objetivos en (1) se contradicen unos a otros; no hay un punto en Ω que minimiza todos los objetivos simultáneamente y se tiene que encontrar un balance entre ellos. El mejor balance entre objetivos puede ser definido en términos de óptimos de Pareto. Sea $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{R}^{\text{num_obj}}$, se dice que \mathbf{u} domina a \mathbf{v} si y solamente si $u_i \leq v_i$ para cada $i \in \{1, \dots, \text{num_obj}\}$ y $u_j < v_j$ para al menos un índice $j \in \{1, \dots, \text{num_obj}\}$. Un punto $\mathbf{x}^* \in \Omega$ es óptimo de Pareto de (1) si no hay un punto $\mathbf{x} \in \Omega$ tal que $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ domine a $\mathbf{F}(\mathbf{x}^*)$. $\mathbf{F}(\mathbf{x}^*)$ es llamado vector óptimo de Pareto. La mejora de cualquier objetivo en un punto óptimo de Pareto lleva al empeoramiento en al menos uno de los otros objetivos. El conjunto de todos los vectores óptimos de Pareto es llamado el frente de Pareto (PF). En muchas aplicaciones reales de optimización multiobjetivo el PF real es desconocido además de ser demasiado grande para ser manejado por el decisor. El DM requiere una aproximación lo suficientemente pequeña del PF para seleccionar una solución preferida. Existen muchos algoritmos de optimización multiobjetivo que pueden encontrar un número aceptable de puntos distribuidos a lo largo del PF que proporcionan una buena representación del frente de Pareto completo. Los Algoritmos Evolutivos Multiobjetivo (MOEA) son una herramienta computacional muy utilizada actualmente para resolver MOPs. Un MOEA genera soluciones en el PF que proveen un balance de rendimiento (eficiencia, efectividad) para modelos multiobjetivo, por su característica de búsqueda paralela (poblacional) que abre la opción de encontrar numerosas soluciones del conjunto Pareto óptimo en una ejecución.

El potencial de los algoritmos evolutivos para resolver problemas de optimización multiobjetivo se remonta a finales de los 1960s en la tesis doctoral de Rosenberg [1967] donde indicó la posibilidad de usar algoritmos genéticos en este dominio. Sin embargo, el primer intento real por extender un algoritmo evolutivo a problemas multiobjetivo es el Vector Evaluated Genetic Algorithm (VEGA) desarrollado por Schaffer en su tesis doctoral de 1984 y presentado en la Primera Conferencia Internacional de Algoritmos Genéticos (en 1985).

Históricamente se reconocen dos generaciones de algoritmos evolutivos multiobjetivo:

1. Primera Generación: Caracterizada por el uso de jerarquización de Pareto y nichos. Algoritmos relativamente simples. También se produjeron enfoques más rudimentarios (por ejemplo, funciones agregativas lineales). Los MOEAs más representativos de esta generación son: NSGA, NPGA y MOGA.

2. Segunda Generación: Comenzó cuando el elitismo llegó a ser un mecanismo estándar. Muchos MOEAs han sido propuestos en la segunda generación, pero muy pocos han sido considerados como un referente. SPEA2 [24] y NSGA-II [4] pueden ser los algoritmos más representativos de esta generación.

En los últimos años con el aumento en la complejidad de las funciones que requieren una mayor cantidad de funciones objetivo a resolver, resultan de interés los MOEAs basados en descomposición (MOEA/D y MOEA/D-DE).

Para resolver el problema multiobjetivo en la sección 4, se utilizará el algoritmo multiobjetivo basado en descomposición MOEA/D.

2.2. Algoritmo Evolutivo Multiobjetivo basado en Descomposición (MOEA/D)

El Algoritmo Evolutivo Basado en Descomposición (MOEA/D) ([22]) explícitamente descompone el problema multiobjetivo (MOP) en N subproblemas de optimización. Resuelve simultáneamente estos subproblemas considerando una población de soluciones. En cada generación, la población es compuesta de la mejor solución encontrada hasta el momento por cada subproblema. Las relaciones de vecindad entre los subproblemas se basan en las distancias entre sus coeficientes de agregación. Cada problema en MOEA/D es optimizado utilizando solamente información de sus subproblemas vecinos. MOEA/D tiene las siguientes características:

1. Provee una manera simple y eficiente de introducir un enfoque de descomposición en computación evolutiva multiobjetivo.
2. Debido a que MOEA/D optimiza N subproblemas de optimización en lugar de resolver el MOP como uno solo, cuestiones como la asignación de desempeño y conservación de diversidad que causan dificultades para algoritmos MOEAs de no descomposición, pueden ser más sencillas de manejar en el marco de MOEA/D.
3. MOEA/D tiene una complejidad computacional más baja en cada generación que NSGA-II y otros conocidos algoritmos multiobjetivo.

Marco general de MOEA/D

MOEA/D necesita descomponer el MOP en consideración. Cualquier enfoque de descomposición puede servir para este propósito; en esta implementación se utilizará el enfoque de Tchebycheff propuesto en [22]. En este enfoque el problema de optimización escalar es de la forma:

$$\text{minimizarg}^{\text{te}}(x|\rho, z^*) = \max_{1 \leq i \leq \text{num_obj}} \{\rho_i |f_i(x) - z_i^*|\} \quad (2)$$

sujeto a $x \in \Omega$, donde $z^* = (z_1^*, \dots, z_{\text{num_obj}}^*)$ es el punto de referencia, $z_i^* = \{f_i(x) | x \in \Omega\}$ para cada $i = 1, \dots, \text{num_obj}$.

Sea ρ_1, \dots, ρ_N un conjunto de vectores de pesos separados uniformemente y sea z^* el punto de referencia. El problema de aproximación del frente de Pareto puede ser descompuesto en N subproblemas escalares usando el enfoque de Tchebycheff, y la función objetivo del j-ésimo subproblema es

$$g^{\text{te}}(x|\rho^j, z^*) = \max_{1 \leq i \leq \text{num_obj}} \{\rho_i^j |f_i(x) - z_i^*|\} \quad (3)$$

donde $\rho^j = (\rho_1^j, \dots, \rho_{\text{num_obj}}^j)$. MOEA/D minimiza todas estas N funciones objetivo simultáneamente en una sola corrida.

En cada generación t, MOEA/D mantiene:

- Una población de N puntos $x^1, \dots, x^N \in \Omega$, donde x^i es la solución actual del i-ésimo subproblema.
- FV^1, \dots, FV^N , donde FV^i es el desempeño de x^i , $FV^i = F(x^i)$ para cada $i = 1, \dots, N$.
- $z = (z_1, \dots, z_{\text{num_obj}})$, donde z, es el mejor valor encontrado hasta el momento para el objetivo f_i .
- Una población externa EP, la cual es utilizada para almacenar soluciones no dominadas encontradas durante la búsqueda.

El algoritmo trabaja con las siguientes entradas y salidas:

Entradas:

- MOP;

- Un criterio de parada.
- N , número de subproblemas considerados en MOEA/D.
- N vectores de pesos separados uniformemente: ρ_1, \dots, ρ_N ;
- T_{vecinos} , el número de vectores de pesos en el vecindario para cada vector de pesos.

Salida:

- EP, población externa

El algoritmo MOEA/D se describe a continuación:

Paso 1- Inicialización:

- 1.1 $EP = \emptyset$;
- 1.2 Calcular las distancias Euclidianas entre todos los vectores de pesos y encontrar los T_{vecinos} de cada vector de pesos. Para cada $i = 1, \dots, N$, calcular $D(i) = \{i_1, \dots, i_{T_{\text{vecinos}}}\}$, donde $\rho^{i_1}, \dots, \rho^{i_{T_{\text{vecinos}}}}$ son los T_{vecinos} vectores de pesos más cercanos a ρ^i ;
- 1.3 Generar aleatoriamente una población inicial x^1, \dots, x^N . Hacer $FV^i = F(x^i)$;
- 1.4 Inicializar $z = (z_1, \dots, z_{\text{num_obj}})$, de acuerdo al problema específico a resolver.

Paso 2- Actualización:

For $i = 1, \dots, N$

- 2.1 Reproducción: seleccionar aleatoriamente dos índices k, l de $D(i)$ y formar una nueva solución y de x^k y x^l usando operadores genéticos;
- 2.2 Mejora: Aplicar un método de reparación a y de acuerdo al problema específico a resolver para producir y' ;
- 2.3 Actualización de z : por cada $j = 1, \dots, \text{num_obj}$, si $z_j > f_j(y')$, entonces $z_j = f_j(y')$;
- 2.4 Actualización del vecindario de soluciones: por cada índice $j \in D(i)$, si $g^{\text{te}}(y' | \rho^j, z) \leq g^{\text{te}}(x^j | \rho^j, z)$, entonces $x^j = y'$ y $FV^j = F(y')$;
- 2.5 Actualizar EP:
 Remover de EP todos los vectores dominados por $F(y')$;
 Agregar $F(y')$ a EP si no hay vectores en EP dominados por $F(y')$;

Paso 3 – Criterio de parada:

Si el criterio de parada se cumple entonces se detiene y EP es la salida; de lo contrario se va al paso 2.

2.3. ELECTRE TRI-B

ELECTRE TRI-B es un método de clasificación multicriterio que asigna las n acciones de un conjunto $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ a categorías predefinidas. La asignación de una acción resulta de su comparación con los perfiles que definen los límites de las categorías. Sea $G = \{g_1, g_2, \dots, g_m\}$ el conjunto de índices de los criterios y $B = \{b_1, b_2, \dots, b_p\}$ el conjunto de los perfiles que definen M categorías, siendo b_h el límite superior de la categoría C_h y el límite inferior de la categoría C_{h+1} , $h = 1, 2, \dots, p$ (ver la Figura 1, donde los perfiles b_{p+1} y b_0 corresponden a los objetos ideal y anti-ideal, respectivamente). Sin pérdida de generalidad, se considera que la preferencia se incrementa con el valor de cada criterio.

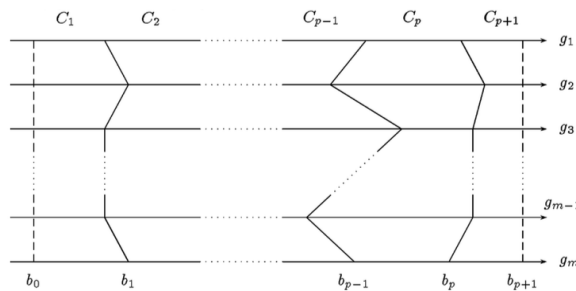


Figura 1 - Definición de las categorías usando perfiles como límites [14]

Esquemáticamente, ELECTRE TRI-B asigna objetos a categorías siguiendo dos pasos consecutivos:

- Construcción de una relación de no-inferioridad (outranking) S que caracteriza cómo las acciones se comparan con los límites de las categorías.
- Explotación de la relación S para asignar cada acción a una categoría específica.

Construcción de la relación de no-inferioridad S

ELECTRE TRI-B construye una relación de no-inferioridad S , para validar la aserción de aSb_h (y b_hSa), cuyo significado es " a es al menos tan buena como b_h ". Los umbrales de preferencia e indiferencia ($P_j(b_h)$ y $Q_j(b_h)$) constituyen la información preferencial intra-criterios. Estos consideran la naturaleza imprecisa de las evaluaciones $g_j(a)$. $Q_j(b_h)$ especifica la diferencia más grande $g_j(a) - g_j(b_h)$ que preserva la indiferencia entre a y b_h en el criterio g_j ; $P_j(b_h)$ representa la diferencia más pequeña $g_j(a) - g_j(b_h)$ compatible con una preferencia a favor de la acción a en el criterio g_j [14].

Dos tipos de parámetros de preferencia inter-criterio intervienen en la construcción de S :

- El conjunto de los coeficientes de los pesos (w_1, w_2, \dots, w_m) es usado en la prueba de concordancia cuando se calcula la importancia relativa de las coaliciones de los criterios a favor de la aserción aSb_h ;
- El conjunto de umbrales de veto ($V_1(b_h), V_2(b_h), \dots, V_m(b_h)$) es usado en la prueba de discordancia; $V_j(b_h)$ representa la diferencia más pequeña $g_j(b_h) - g_j(a)$ incompatible con la aserción aSb_h .

ELECTRE TRI-B construye una relación de no-inferioridad S usando un índice de credibilidad $\sigma(a, b_h) \in [0,1]$ y $\sigma(b_h, a) \in [0,1]$, que representa el grado de credibilidad de la aserción aSb_h y b_hSa , respectivamente $\forall a \in A, \forall h \in B$. La relación de no-inferioridad en este trabajo será calculada de acuerdo con Roy ([20]) y se utilizará la simplificación de Mousseau y Dias [16], que introduce el umbral de pre-veto.

Procedimiento de explotación

Como la asignación de objetos a las categorías no se obtiene directamente de la relación S , una fase de explotación es necesaria; esta requiere que la relación S utilice un λ - corte: la aserción aSb_h es considerada válida si $\sigma(a, b_h) \geq \lambda$ y $(\sigma(b_h, a) \geq \lambda)$, respectivamente), siendo λ un nivel de corte tal que $\lambda \in [0,1]$. Este nivel de corte determina la situación de preferencia entre a y b_h :

- $\sigma(a, b_h) \geq \lambda$ y $\sigma(b_h, a) \geq \lambda \Rightarrow aSb_h$ y $b_hSa \Rightarrow aIb_h$. a es indiferente a b_h .
- $\sigma(a, b_h) \geq \lambda$ y $\sigma(b_h, a) < \lambda \Rightarrow aSb_h$ y no $b_hSa \Rightarrow a > b_h$. a es preferida a b_h .
- $\sigma(a, b_h) < \lambda$ y $\sigma(b_h, a) \geq \lambda \Rightarrow$ no aSb_h y $b_hSa \Rightarrow b_h > a$. b_h es preferida a la acción a .
- $\sigma(a, b_h) < \lambda$ y $\sigma(b_h, a) < \lambda \Rightarrow$ no aSb_h y no $b_hSa \Rightarrow aRb_h$. a es incomparable con b_h .

Observe que b_0 y b_{p+1} son definidos tal que $b_{p+1} > a$ y $aSb_0, \forall a \in A$. El rol del procedimiento de explotación es analizar la manera en la cual una acción a es comprada con los perfiles y cómo determinar la categoría a la cual esta acción debe ser asignada. Se tienen dos procedimientos de asignación disponibles:

Procedimiento pesimista (o pseudo-conjuntivo):

- a) Comparar a sucesivamente con b_i , para $i = p, p-1, \dots, 0$;
- b) Al encontrar el primer perfil b_h tal que aSb_h , asignar la acción a a la categoría C_{h+1} ($a \rightarrow C_{h+1}$).

Procedimiento optimista (o pseudo-disyuntivo):

- a) Comparar a sucesivamente con b_i , para $i = 1, 2, \dots, p+1$;
- b) Al encontrar el primer perfil b_h tal que $b_h > a$, asignar la acción a a la categoría C_h ($a \rightarrow C_h$).

Si b_h y b_{h-1} denotan el perfil superior e inferior de la categoría C_h , el procedimiento pesimista asigna la acción a a la categoría C_h más alta tal que a sobreclasifique a b_{h-1} , aSb_{h-1} . Cuando se usa este procedimiento con $\lambda = 1$, una acción a puede ser asignada a la categoría C_h solamente si $g_j(a)$ iguala (supera a un umbral) o excede $g_j(b_h)$ en cada criterio (regla conjuntiva) ([14]).

El procedimiento optimista asigna la acción a a la categoría C_h más baja para la cual el perfil inferior b_h es

preferido a la acción a , $b_{h-1} \succ a$. Cuando se usa este procedimiento con $\lambda = 1$, una acción puede ser asignada a la categoría C_h cuando $g_j(b_h)$ excede $g_j(a)$ (en algún umbral) en al menos un criterio (regla disyuntiva) ([14]). Cuando λ decrementa, las propiedades conjuntiva y disyuntiva de estas reglas se debilitan.

2.4. Análisis de Desagregación de Preferencias (PDA)

El análisis de desagregación de preferencias provee un marco metodológico para el desarrollo de modelos de decisión usando ejemplos de decisión tomados por un DM (o grupo de DMs), de tal manera que el sistema de preferencias es representado en el modelo lo más precisamente posible. La entrada principal usada en este proceso es un conjunto de objetos o acciones de referencia evaluados por el DM (ejemplos de decisión). El conjunto de referencia puede consistir de decisiones pasadas, un subconjunto de acciones bajo consideración, o un conjunto de objetos ficticios que pueden ser fácilmente evaluados por el DM. Dependiendo de la problemática de decisión la evaluación de las acciones de referencia puede ser expresada definiendo una estructura de orden (total, débil, parcial, etc.), o asignadas a clases o categorías pre-existentes.

El objetivo del análisis de desagregación de preferencias es inferir parámetros $\hat{\beta}^*$ que aproximen, lo más precisamente posible, el sistema preferencial del DM implícito en el conjunto de acciones de referencia (de entrenamiento). Con los parámetros obtenidos, las evaluaciones realizadas con el modelo correspondiente deberán ser consistentes con las evaluaciones realizadas por el DM para el conjunto de referencia. Esta metodología proporciona una base sólida para el apoyo a la decisión, siguiendo un enfoque constructivo [8].

2.5. Problema de Clasificación con Restricciones sobre el Tamaño de las Categorías (CSP)

Un problema CSP surge de situaciones de decisión formuladas en un problema de clasificación en el cual es necesario introducir especificaciones en los tamaños de las categorías. Estas especificaciones son las restricciones sobre el tamaño de las categorías.

Los CSP difieren de los problemas de clasificación usuales. Un problema de clasificación usual se refiere a una evaluación absoluta de objetos (no se requiere comparación entre objetos). Sin embargo, las restricciones sobre el tamaño de las categorías implican cierta evaluación relativa entre objetos.

El tamaño de una categoría en un modelo de clasificación con restricción en el tamaño de las categorías C_k se define como la proporción por la cual un vector de evaluación asigna a un objeto realista a la categoría C_k . Sea $K = \{1, 2, \dots, M\}$; Mousseau y otros ([15]) proponen las siguientes propiedades sobre el tamaño de la categoría k -ésima, denotado por $\mu(C_k)$.

- $\mu(C_k) \geq 0, \forall k \in K$
 - $\sum_1^M \mu(C_k) = 1$
- (4)
- $\mu(\cup_{k \in K'} C_k) = \sum_{k \in K'} \mu(C_k), \forall K' \subset K$

3. ENFOQUE PROPUESTO PARA EL PROBLEMA DE CLASIFICACIÓN CON RESTRICCIONES SOBRE LOS TAMAÑOS DE LAS CATEGORÍAS

La idea principal del modelo propuesto es resolver el problema de clasificación con restricciones sobre el tamaño de las categorías utilizando un método de clasificación basado en relaciones de no-inferioridad que utilice perfiles como frontera entre las categorías; emplear una técnica de desagregación de preferencias para extraer la información preferencial de un DM implícita en un conjunto de entrenamiento y formular el modelo como un problema de optimización multiobjetivo.

La metodología propuesta realiza dos etapas principales: un Análisis de Desagregación de Preferencias (PDA) al conjunto T y la clasificación de los objetos del conjunto A . En la primera fase se realiza la inferencia de parámetros sobre la base de la información de referencia (conjunto T), para obtener los parámetros de un modelo ELECTRE TRI-B. En la segunda fase se utiliza el método de clasificación ordinal ELECTRE TRI-B para clasificar los objetos del conjunto A . La segunda fase emplea la información preferencial obtenida en la primera etapa y las restricciones sobre los tamaños de las categorías impuestas por el decisor.

3.1. Formulación del problema CSP como un problema de optimización multiobjetivo

La propuesta para resolver el problema de clasificación con restricciones en los tamaños de las categorías formulado como un problema de optimización multiobjetivo se muestra en la figura 2. En este trabajo se

emplea una técnica de desagregación de preferencias para extraer la información preferencial del DM implícita en un conjunto de referencia (conjunto T). El modelo multiobjetivo se resuelve con el algoritmo multiobjetivo MOEA/D tomando como entradas la información preferencial obtenida en el proceso de inferencia de parámetros, las restricciones en los tamaños de las categorías impuestas por el decisor y el conjunto de objetos a clasificar (conjunto A). El método de clasificación ordinal utilizado es ELECTRE TRI-B.

El problema multiobjetivo a minimizar es

$$\begin{aligned} \text{minimizar } F(\mathbf{a}, \mathbf{t}) = & (V_T(\mathbf{t}), V_{C_1}(\mathbf{a}), V_{C_2}(\mathbf{a}), \dots, V_{C_M}(\mathbf{a})) \\ & \mathbf{t} \in T \\ & \mathbf{a} \in A \end{aligned} \quad (5)$$

donde :

V_T representa las inconsistencias relativas al conjunto de entrenamiento T. Se considera una inconsistencia cuando un objeto de referencia es clasificado en una categoría que no le corresponde.

$V_{C_1}, V_{C_2}, \dots, V_M$ representan las violaciones a las restricciones de cada una de las M categorías cuando se clasifica el conjunto A. Se considera una violación por cada objeto del conjunto A que falta o excede para tener el total de la restricción impuesta al tamaño de una categoría.

El número de objetivos para esta formulación es dependiente del número de categorías (M) que considere el problema a resolver, obteniéndose un problema con M+1 objetivos. Para un problema con 3 categorías se tendrán 4 objetivos, para 4 categorías el problema a resolver será de 5 objetivos, etc.

3.2. Implementación del método PDA

Para la implementación del Análisis de Desagregación de Preferencias se utilizó una metaheurística, un algoritmo genético. El algoritmo genético utiliza como entrada un conjunto de objetos de referencia para inferir los parámetros de preferencia implícitos. Los parámetros de preferencia extraídos son:

- Pesos, w_i
- Umbral de indiferencia, Q_i
- Umbral de preferencia, P_i
- Umbral de preveto, U_i
- Umbral de veto, V_i
- Perfiles de referencia, $b_{j,i}$
- Lambda, λ

$j = 1, 2, \dots, M - 1$. Representa el índice de la frontera.

$i = 1, 2, \dots, m$. Representa el número de criterio a que corresponde el parámetro.

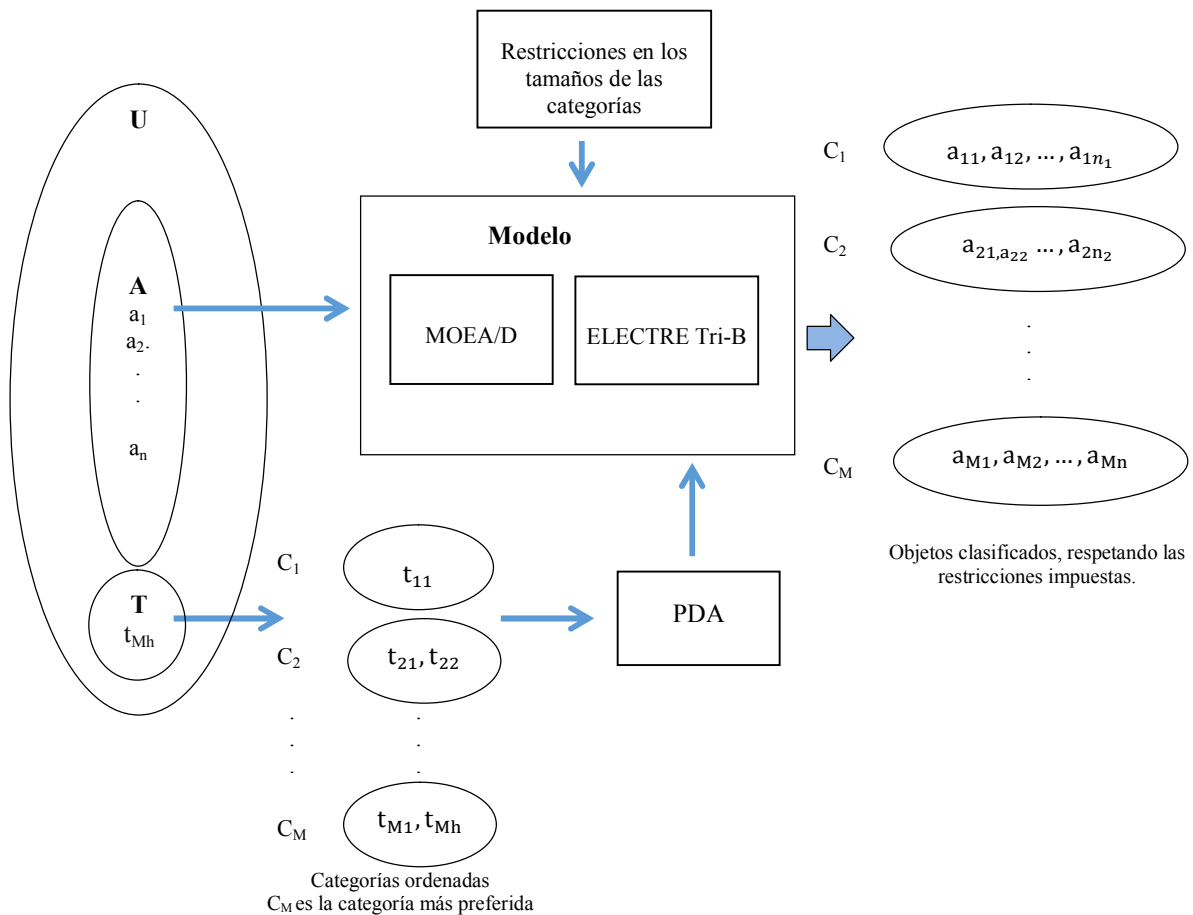


Figura 2 - Propuesta de solución al problema

El algoritmo genético implementado se muestra en la figura 3. Los parámetros utilizados son:

- Población de 50 individuos;
- Al realizar la selección, el tamaño del conjunto seleccionado es de 20 individuos;
- Probabilidad de cruce de 80%;
- Probabilidad de Mutación de 0.1%;
- Se emplea elitismo.

Los pasos que realiza el algoritmo genético son:

1. Generar población inicial de 50 individuos;
2. Evalúa desempeño de la población;
3. Hace la selección por ruleta de 20 individuos;
4. Aplica el cruce y la mutación con la probabilidad configurada;
5. Evalúa el desempeño de la selección;
6. Se aplica una técnica de reemplazo por ruleta a los 70 individuos que se tienen en este punto (50 de la población inicial y 20 de la selección) para extraer 20 individuos. Los 50 individuos que quedan forman la nueva población;
7. Se asegura elitismo;
8. Actualiza la población semilla;
9. Si cumple un criterio de parada (vea criterios de parada) termina, si no regresa al punto 3.

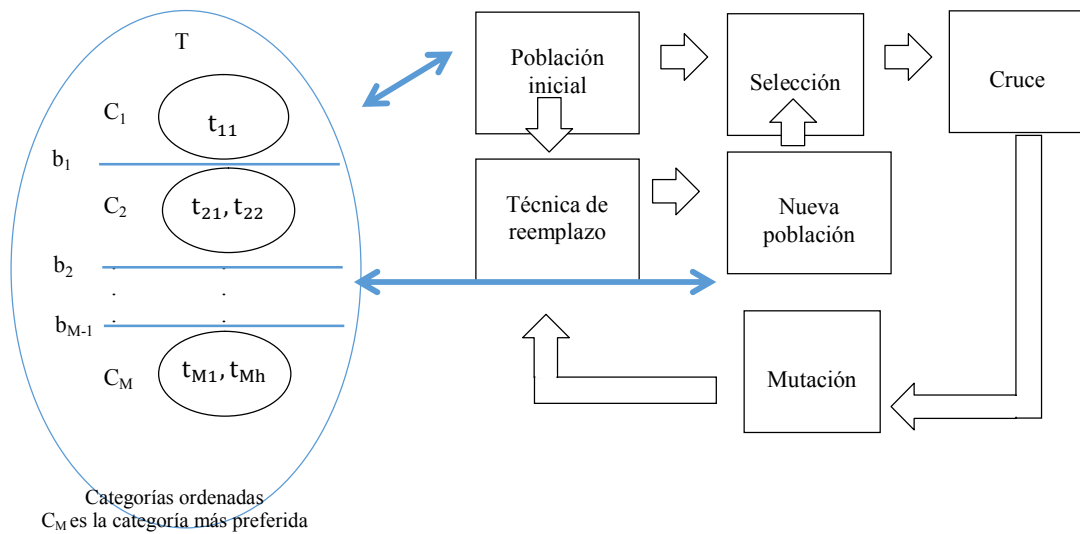


Figura 3 - Algoritmo genético implementado

Inicialmente se genera una población de 50 individuos, la cual es comparada con el conjunto de referencia para encontrar su función de aptitud (fitness). El desempeño se evalúa con OC, representa el número de objetos correctamente clasificados, OD1, el número de objetos clasificados una categoría arriba o debajo de la categoría correcta. Se considera que un individuo tiene mejor desempeño cuando mayor es el valor de OC. El valor de OD1 en el fitness de un individuo es utilizado para desempate en caso de que dos o más individuos tenga el mismo valor de OC.

La población inicial cumple las restricciones siguientes:

- $0 < Q_i < P_i < U_i < V_i < g_i(\max)$
- $\sum_{i=1}^m w_i = 1$
(6)
- $g_i(\min) < b_{1,1} < b_{2,2} < \dots < b_{M-1,m} < g_i(\max)$
- $0.66 \leq \lambda \leq 0.8$

$g_i(\max)$, $g_i(\min)$ denotan los desempeños máximo y mínimo de cada criterio.

Cada individuo de la población del algoritmo genético contiene un conjunto de parámetros preferenciales (P, Q, U, V, pesos, perfiles y λ) que representan las preferencias de un decisor. La codificación de un individuo se muestra en la figura 4. En las primeras posiciones del arreglo se encuentran los valores de los umbrales Q, P, U y V por cada criterio; luego los valores de los pesos por criterio; enseguida están ubicados los perfiles que corresponden a cada criterio y finalmente lambda. Con esta codificación se tienen individuos de longitud

$$\text{longitud del individuo} = (m \cdot 5) + m \cdot (M-1) + 1 \quad (7)$$

La figura 4 también muestra los $2m+1$ puntos de cruce posibles para cada individuo. Los puntos de cruce seleccionados mantienen la consistencia entre criterios.

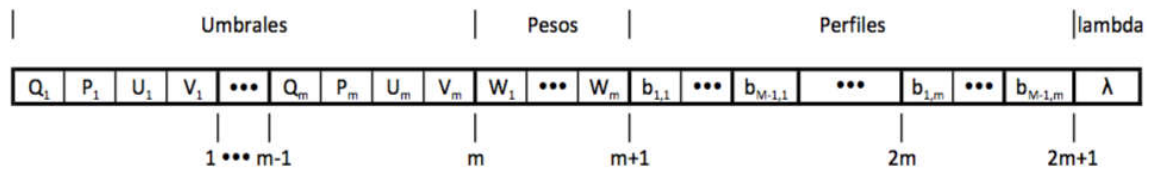


Figura 4 - Codificación y puntos de cruce de un individuo

Población semilla:

El método de PDA implementado en este trabajo además de obtener los parámetros preferenciales (P, Q, U, V, pesos, perfiles y λ) implícitos en el conjunto de referencia T, genera una población semilla con los 50 mejores individuos distintos que encontró durante su ejecución. Se define como mejor individuo al conjunto de parámetros que obtiene el PDA que puede representar mejor las preferencias del decisor, incluidos los individuos que pueden clasificar a la totalidad de objetos del conjunto de referencia T, que serán llamados individuo solución. La población semilla es distinta a la población de trabajo del algoritmo genético que se va actualizando durante la ejecución del procedimiento de inferencia de parámetros.

La población semilla en cualquier momento de la ejecución del PDA contiene los mejores individuos que ha podido encontrar hasta ese momento. Para garantizar que la población tenga los mejores 50 individuos se implementaron tres criterios de parada para el método de PDA:

1. Cuando la población semilla contiene 50 individuos solución.
2. Cuando el PDA no fue capaz de encontrar 50 individuos solución, se lleva a cabo un procedimiento de “sacudida”. Si después de esperar 100,000 iteraciones sin que se haya encontrado un nuevo individuo para la población semilla, la “sacudida” consiste en incrementar la probabilidad de mutación a 30% durante 1000 iteraciones y posteriormente restaurarla a 0.1%. Si esta secuencia se repite 3 veces seguidas se pasa al tercer criterio de parada. Si durante el procedimiento de sacudidas se introduce un nuevo individuo a la población semilla, la secuencia de sacudidas inicia de nuevo.
3. Después de 20 reinicios. Se considera un reinicio si no se cumplieron los dos primeros criterios de parada. En cada reinicio se genera una nueva población inicial y se va actualizando la población semilla.

Con esto se logra tener una población semilla que contenga los mejores individuos que el proceso de inferencia pudo encontrar; esta población semilla será utilizada en la población inicial que se genere para el algoritmo MOEA/D.

3.3. Implementación del algoritmo multiobjetivo MOEA/D

El algoritmo evolutivo MOEA/D implementado resuelve el problema de optimización (5). Busca la mejor solución posible tratando de tener 0 violaciones en cada uno de los $M + 1$ objetivos ($V_T, V_{C_1}, V_{C_2}, \dots, V_{C_M}$). Los parámetros utilizados para el algoritmo son:

Entradas:

- MOP, problema (5)
- Un criterio de parada
- Parámetros preferenciales (P, Q, U, V, pesos, perfiles y λ) obtenidos por el PDA
- N, número de subproblemas considerados; 455 para 4 objetivos (3 categorías), 600 para 5 objetivos (4 categorías) y 800 para 6 objetivos (5 categorías)
- $T_{vecinos} = 20$, el número de vectores de pesos en el vecindario para cada vector de pesos
- Cruce y mutación de un punto
- Probabilidad de cruce de 80%
- Probabilidad de mutación de 0.1%

Los criterios de parada utilizados en el algoritmo MOEA/D son similares a los del método PDA, pero en este caso es la población externa (EP) la que se actualiza. Los tres criterios de parada para MOEA/D son:

1. Cuando se encuentra una solución al problema (5) con 0 violaciones en todos los objetivos ($V_T = 0, V_{C_1} = 0, V_{C_2} = 0, \dots, V_{C_M} = 0$).
2. Cuando MOEA/D no es capaz de encontrar un individuo solución ($V_T = 0, V_{C_1} = 0, V_{C_2} = 0, \dots, V_{C_M} = 0$) se lleva a cabo un procedimiento de sacudidas. Este procedimiento consiste en incrementar la probabilidad de mutación a 30% durante 500 iteraciones, después de realizar 5000 iteraciones. Si esta secuencia se repite 3 veces seguidas se pasa al criterio de parada 3. Si durante el procedimiento de sacudidas se encuentra un individuo solución, el algoritmo termina.
3. Después de 20 reinicios. Se considera un reinicio si no se cumplieron los dos primeros criterios de parada. En cada reinicio se genera una nueva población inicial y se va actualizando la población EP.

El algoritmo MOEA/D da como salida el conjunto de parámetros preferenciales, la clasificación de los objetos del conjunto A atendiendo las restricciones impuestas por el DM. En la población externa contiene los individuos del frente de Pareto que logró encontrar, si no encontró ningún individuo solución ($V_T = 0, V_{C_1} = 0, V_{C_2} = 0, \dots, V_{C_M} = 0$). Si logró encontrar la solución, en EP solo estará el individuo solución con $V_T = 0, V_{C_1} = 0, V_{C_2} = 0, \dots, V_{C_M} = 0$.

4. EXPERIMENTACIÓN Y RESULTADOS

Para probar la metodología propuesta se realizó una experimentación exhaustiva para diferentes tamaños de categorías, número de criterios, número de objetos en el conjunto A y número de objetos por categoría del conjunto T de referencia, vea tabla 2.

Con los datos de la Tabla 2 se forman un total de 180 combinaciones diferentes de parámetros (número de categorías, número de criterios, objetos por categoría de conjunto T y número de objetos del conjunto A). Para la experimentación se generaron 20 instancias distintas por cada una de las 180 combinaciones de parámetros. Se considera una instancia a un conjunto T, un conjunto A y las restricciones a los tamaños de las categorías en que deben ser clasificados los objetos del conjunto A.

Para crear las instancias utilizadas en la experimentación se diseñó un generador al que se le proporcionan como datos de entrada una combinación de parámetros (número de categorías, número de criterios, objetos por categoría de conjunto T y número de objetos del conjunto A). Con esto, el generador proporciona una instancia como dato de salida.

Tabla 2. Valores utilizados en la experimentación

Número de categorías	Número de criterios	Objetos por categoría en conjunto T	Tamaño del conjunto A
3	3	3	50
4	5	5	100
5	7	7	200
		10	500
			1000

Cada vez que el generador va a formar una instancia, primero crea un modelo de un decisor (umbrales, pesos, perfiles y λ) y posteriormente genera objetos utilizando este modelo hasta llenar el conjunto T y el conjunto A con los objetos requeridos. Las restricciones en los tamaños de las categorías del conjunto A son calculadas por el generador considerando un $\pm 20\%$ del promedio de objetos para una combinación de parámetros dada.

De esta manera se asegura que para la instancia creada existe al menos una solución ideal, que es el modelo preferencial que creo el generador.

a. Resultados

Las tablas 3, 4, 5, 6 y 7 muestran los resultados de los 3600 experimentos efectuados. La tabla 3 muestra la efectividad del procedimiento de inferencia y del algoritmo MOEA/D por número de categorías. Los valores mostrados para el algoritmo MOEA/D corresponden al porcentaje de veces que el algoritmo clasificó a la totalidad de los objetos del conjunto A, cumpliendo las restricciones impuestas por el decisor. Los valores para el PDA indican el porcentaje de veces cuando el procedimiento de inferencia fue capaz de clasificar a todos los objetos del conjunto T. Los porcentajes de efectividad son calculados del total de los experimentos realizados por cada tamaño de categoría. Tanto el PDA como el algoritmo MOEA/D tuvieron una efectividad del 100% cuando resolvieron instancias con 3 categorías, y su efectividad fue disminuyendo al aumentar el número de categorías.

Tabla 3. Efectividad por categoría

	3 categorías	4 categorías	5 categorías
PDA	100 %	99.83 %	99.42 %
MOEA/D	100 %	99.08 %	98.42 %

Tabla 4. Efectividad por criterio

	3 criterios	5 criterios	7 criterios
PDA	100 %	99.58 %	99.66 %
MOEA/D	99.42 %	99.08 %	99.00 %

La tabla 4 muestra un análisis del comportamiento de la efectividad por número de criterios. Para esta tabla los porcentajes de efectividad se calculan del total de los experimentos realizados por cada número de criterios utilizados para la experimentación. La efectividad del método PDA y del algoritmo MOEA/D se degrada al incrementar el número de criterios considerados para los objetos. Un dato importante es que el método PDA tuvo una efectividad menor cuando se trabajó con objetos definidos por 5 criterios.

La tabla 5 muestra la efectividad del algoritmo MOEA/D analizando el efecto de incrementar el número de objetos a clasificar en el conjunto A. Para todos las instancias que tenían 50 objetos en el conjunto A, el MOEA/D no tuvo problema en clasificar a todos los objetos atendiendo las restricciones en los tamaños de las categorías impuestas por el decisor. Al incrementar el número de objetos del conjunto A, la efectividad del algoritmo MOEA/D fue disminuyendo. Para esta tabla los porcentajes de efectividad se calculan del total de los experimentos realizados por cada número de objetos del conjunto A utilizados para la experimentación.

La efectividad del método PDA para los diferentes valores en el número de objetos en cada categoría del conjunto de referencia se muestra en la tabla 6. Los valores para la efectividad mostrada en esta tabla indican el porcentaje de veces que el procedimiento PDA fue capaz de clasificar a todos los objetos del conjunto T.

Tabla 5. Efectividad por tamaño del conjunto A

	50 objetos	100 objetos	200 objetos	500 objetos	1000 objetos
MOEA/D	100 %	99.31%	99.44 %	98.75 %	98.33 %

La efectividad del método PDA implementado fue del 100% cuando se tenían 3 y 5 objetos por categoría en el conjunto de referencia T y cuando todos los objetos a clasificar eran evaluados en 3 criterios. La efectividad más baja para el PDA se presentó cuando se tenían 10 objetos por categoría del conjunto T con objetos evaluados en 7 criterios.

Tabla 6. Efectividad por número de objetos en cada categoría del conjunto T

	3 objetos	5 objetos	7 objetos	10 objetos
PDA	100 %	100%	99.67%	99.33 %

La tabla 7 muestra algunos de los tiempos de ejecución que tardaron el método PDA y el algoritmo MOEA/D para encontrar la solución. Los valores de tiempo mostrados son para 3, 4 y 5 categorías, 3 criterios, 50 y 1000 objetos del conjunto A y 3 objetos por cada categoría del conjunto T. Como se puede apreciar en la tabla el incremento del número de objetos del conjunto A y del número de categorías del problema de clasificación, tiene como consecuencia un aumento en el tiempo de ejecución del método PDA y del algoritmo MOEA/D.

Tabla 7. Tiempos de ejecución

Número de categorías	Número de criterios	Objetos por categoría en conjunto T	Tamaño del conjunto A	Tiempo
3	3	3	50	8.63 s
4	3	3	50	1.33 m
5	3	3	50	4.21 m
3	3	3	1000	11.56 m
4	3	3	1000	32.25 m
5	3	3	1000	42.21 m

Todos los experimentos fueron realizados en un equipo de computo con un procesador Intel core i7 de 2.6 Ghz con 8 Gb de memoria RAM, 512 GB de disco duro de estado sólido y sistema operativo macOS High Sierra.

5. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

Esta investigación aporta un enfoque novedoso a la solución de problemas de clasificación ordinal multicriterio con restricción en el tamaño de las categorías, donde el DM impone restricciones a los tamaños de las categorías. La propuesta muestra el primer trabajo que plantea el problema como un problema de optimización multiobjetivo y lo resuelve con enfoques metaheurísticos.

La metodología propuesta genera como solución un modelo preferencial completo (Q , P , U , V , W , perfiles frontera y λ) que permite una mejor caracterización de un DM. El modelo tiene la ventaja de representar de una manera más completa a un DM que los procedimientos implementados en la literatura para problemas CSP (Tabla 1), que, o bien utilizan modelos compensatorios con información cardinal, o eluden la consideración de efectos de veto.

De acuerdo con los resultados obtenidos (Tabla 3), la modelación propuesta es una herramienta efectiva para resolver problemas de clasificación con restricción en los tamaños de las categorías. Esta propuesta es capaz de clasificar básicamente a todos los objetos del conjunto A atendiendo las restricciones de los tamaños de las categorías impuestas por el decisor.

La experimentación exhaustiva realizada en este trabajo, con diferentes valores de criterios, categorías y tamaños de los conjuntos A y T, permite probar la robustez y la efectividad de la modelación propuesta. Eso diferencia el presente trabajo de los existentes en la literatura (Tabla 1) donde se resuelven una variedad mucho menor de problemas para probar la metodología que proponen.

Como trabajo futuro se propone: i) realizar pruebas con el algoritmo evolutivo MOEA/D-DE, que utiliza evolución diferencial; ii) la implementación de un procedimiento de interacción con el DM para incrementar la efectividad del método; iii) aplicación a casos prácticos, preferiblemente tomados de la vida real.

RECEIVED: JULY, 2018.
REVISED: AUGUST, 2018

REFERENCIAS.

- [1] BELACEI N.(2000): Multicriteria assignment method PROAFTN: methodology and medical application. **European Journal of Operational Research**, 125, 175–183.
- [2] BOUYSSOU D. and PIRLOT M. (2002): On consistent families of criteria: An Axiomatic approach". ORBEL 16, 16th Belgian Conference on Quantitative Methods for Decision Making, F.U.S.L., Brussels, 24–25.

- [3] CARDINAL J.S., MOUSSEAU V., and ZHENG J. (2011): An application of constrained multicriteria sorting to student selection. **Portfolio Decision Analysis**, 162, 213-240.
- [4] DEB K., PRATAP A., AGARWAL S. and MEYARIVANT., (2002): A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II," in **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, 6, 182-197, Apr 2002.
- [5] DEVAUD J.M., Groussaud G. and Jacquet-Lagrèze E., (1980): UTADIS: Une méthode de construction de fonctions d'utilité additives tenant compte de jugements globaux. **European working group on MCDA**, Bochum, Germany, 1980.
- [6] DOUMPOS, M. and ZOPOUNIDIS, C. (2002): Multicriteria classification and sorting methods: a literature review. **European Journal of Operational Research**, 138, 229-246.
- [7] DOUMPOS, M. and ZOPOUNIDIS, C., (2004): Multicriteria Decision Aid Classification Methods. En Pardalos, P. and Hearn, D. (Eds.). **Multicriteria Decision Aid Classification Methods**. Kluwer Academic Publishers, N. York.
- [8] DOUMPOS, M. and ZOPOUNIDIS, C., (2011): Preference disaggregation and statistical learning for multicriteria decision support: A review. **European Journal of Operational Research**. 209, 203–214.
- [9] KADZINSKI M. and SŁOWINSKI R. (2013): "DIS-CARD: a new method of multiple criteria sorting to classes with desired cardinality". **Journal of Global Optimization**, 56, 1143-1166.
- [10] KADZINSKI M. and SŁOWINSKI. (2015): "Parametric evaluation of research units with respect to reference profiles". **Decision Support Systems**, 72, 33-43.
- [11] KÖKSALAN M., MOUSSEAU V. and ÖZPEYNIRCI S. (2017): Multi-Criteria Sorting with Category Size Restrictions. **International Journal of Information Technology & Decision Making**, 16, 5–23.
- [12] MASSAGLIA R. and OSTANELLO A., N-TOMIC (1991): A support system for multicriteria segmentation problems. In P. Korhonen, A. Lewandowski, and J. Walenius, editors, **Multiple Criteria Decision Support**, volume 356 of Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, pages 167–174. IIASA, 1991. Proceedings of the International Workshop, Helsinki.
- [13] MOSCAROLA J. and ROY B. (1977): Procédure automatique d'examen de dossiers fondée sur une segmentation trichotomique en présence de critères multiples. **RAIRO/Operations Research**, 11, 145–173.
- [14] MOUSSEAU, V., SŁOWINSKI, R., and ZIELNIEWICZ, P. (2000): A user-oriented implementation of the ELECTRE-TRI method integrating preference elicitation support. **Computers & Operations Research**, 27, 757-777.
- [15] MOUSSEAU, V., FIGUEIRA, J., and DIAS, L. (2003): **On the Notion of Category Size in Multiple Criteria Sorting Models**. DIMACS Technical Report 2003-02 .
- [16] MOUSSEAU V. and DIAS L. (2006): "Inferring Electre's veto-related parameters from outranking examples". **European Journal of Operational Research**, 170, 172-191.
- [17] ÖZPEYNIRCI, S., ÖZPEYNIRCI, Ö. and MOUSSEAU, V. (2007): An interactive algorithm for multiple criteria constrained sorting problem **Annals of Operations Research**, 2017. On line: <https://doi.org/10.1007/s10479-017-2418-2>.
- [18] PERNY P. (1998): Multicriteria filtering methods based on concordance and non-discordance principles. **Annals of Operations Research**, 80, 137–165.
- [19] ROY B. (1985): **Méthodologie multicritère d'aide à la décision**. Economica, Paris, 1985.
- [20] ROY B. (1990): **The Outranking Approach and the Foundations of Electre Methods**. In: Bana e Costa C.A. (eds) Readings in Multiple Criteria Decision Aid. Springer, Berlin.
- [21] YU W. (1992): **Aide multicritère à la décision dans le cadre de la problématique du tri : concepts, méthodes et applications**. *PhD thesis*, Université Paris-Dauphine.
- [22] ZHANG Q., LI H., and MOEA, D. (2007): : A Multiobjective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, 11, 712-731.
- [23] ZHENG J., CAILLOUX O., and MOUSSEAU V. (2011): "Constrained multicriteria sorting method applied to portfolio selection". **Algorithmic Decision Theory**. 6992, 331-343.
- [24] ZITZLER E., LAUMANN M. and THIELEL. "(2001): SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm". **TIK Report 103, Computer Engineering and Networks Laboratory (TIK)**, ETH Zurich, Zurich, Switzerland.