

# EVOLUCIÓN DE UN MODELO DE PROGRAMACIÓN POR METAS EN EL CONTEXTO FORESTAL CUBANO.

M. A. León\*, M. Hernández\*\*, T. Gómez\*\*, J. Guelmes\*\*\*, J. Molina\*\* y R. Caballero\*\*

\*Departamento de Matemáticas. Universidad de Pinar del Río, Cuba.

\*\*Departamento de Economía Aplicada (Matemáticas). Universidad de Málaga.

\*\*\*Empresa Forestal Integral Pinar del Río, Cuba

## ABSTRACT

The Cuban forests have suffered an indiscriminate exploitation in the past. In spite of the efforts carried out with the reforestation plans and the establishment of plantations, the structure for ages of these plantations are unbalanced. It is difficult to make a stable flow of goods and services. In this paper the evolution of a model of forest planning based on multiple approaches is presented. It was applied to a plantation of *Pinus caribaea* of the Integral Forest Enterprise of "Pinar del Río" in Cuba, with the main goal of achieving a balanced structure of ages at the end of the planning horizon in order to guarantee a stability in the flow of goods and services taking into account the area restrictions and the general amount and management. The model goes from a Linear Lexicographical Goal Programming Model to a Linear Fractional Goal Programming Model. Their objectives have been in progress in the attainment of a structure of ages in balance until the stabilization of the net carbon fixed by the plantation. It is one of the functions of the forests like possible regulators of the climate.

The models I and II detailed can be consulted in the references. In these work we will refer to the main proposed objectives and the results obtained in each of them and we will formalize the third modelization that includes the captured carbon.

**KEY WORDS:** Goal programming, Fractional programming; Forest management.

MSC 90B50

## RESUMEN

Los bosques cubanos sufrieron una explotación indiscriminada en el pasado. A pesar de los esfuerzos realizados con los planes de reforestación, y el establecimiento de plantaciones, la estructura por edades de estos bosques está muy desequilibrada, lo que dificulta un flujo estable de bienes y servicios. En este trabajo se presenta la evolución de un modelo de planificación forestal con criterios múltiples, aplicado a una plantación de *Pinus caribaea* de la Empresa Forestal Integral Pinar del Río, Cuba, con el objetivo de lograr una estructura equilibrada de edades al finalizar el horizonte de planificación y con ello garantizar una estabilidad en el flujo de bienes y servicios sujeto a restricciones de área, volumen y manejo en general. El modelo se apoya en la Programación por Metas y evoluciona de un modelo de Programación por Metas lexicográficas lineal a un Modelo lexicográfico con metas Fraccionales. Sus objetivos también han evolucionado, de la consecución de una estructura de edades en equilibrio hasta la estabilización del carbono neto fijado por la plantación, una de las funciones de los bosques como posibles reguladores del clima.

Los modelaciones I y II detalladas se pueden consultar en las referencias. En el presente trabajo nos referiremos a los principales objetivos propuestos y los resultados obtenidos en cada uno de ellos y formalizaremos la tercera modelación que incluye el carbono secuestrado.

## 1. INTRODUCCIÓN

Los bosques cubanos tienen una composición por edades en desequilibrio, muy distante de lo que requieren los planes de desarrollo del país y la garantía de sostenibilidad. Esta situación es bastante diferente de la recogida en otros modelos que aparecen en la literatura (Díaz-Balteiro y Romero, 2003; Kazana et al., 2003) aplicados a bosques o plantaciones con una distribución de la superficie ocupada por clases de edad que se desea mantener y con especies de crecimiento lento, con un amplio margen de tiempo para llevar a cabo la corta principal.

Como ejemplo de esta situación podemos citar la Unidad Silvícola San Juan y Martínez, perteneciente a la Empresa Forestal Integral Pinar del Río, que cuenta con 3.984,3 ha de plantaciones de *Pinus Caribaea* manejadas con propósitos de producción de madera principalmente. Las características de esta área de producción se muestran a continuación en la Tabla 1, donde la superficie total se encuentra dividida por zonas (índices de sitio) según su productividad y por edades de la plantación (grupos de edad).

A partir de estos datos podemos observar que, si se talaran las masas cuando llegan a la clase de edad cinco (la edad del turno), por sólo citar un ejemplo, actualmente se talaría un total de 1.683,2 hectáreas, las que pertenecen a ese grupo, y que representan el 30% del total, generando un volumen de 267.101,44 m<sup>3</sup> de madera. Transcurridos cuatro quinquenios, sin realizar ninguna planificación, las masas que hoy pertenecen al grupo de edad 1 estarían en el grupo de edad 5, y se talarían, por tanto, 96,3 hectáreas, que constituyen el 2,4 % del total, obteniéndose un volumen de 19.898 m<sup>3</sup> de madera, apenas el 6,6% de lo talado en el primer quinquenio, y por lo tanto, alrededor del 7,22 % de los ingresos que se obtendrían en este momento. Ante esta situación, aplicar el criterio de talar en la edad del turno (al finalizar el ciclo de la masa forestal) sólo perpetuaría el desorden y la inestabilidad en la producción, lejos de garantizar los

objetivos que demanda la ordenación sostenible de los bosques. Por ello, para lograr una estructura equilibrada por edades tenemos que admitir la posibilidad de talar antes o después de la edad del turno.

**Tabla 1. Área de producción por grupos de edades e índices de sitio**

Clases de edad Grupo	Años	Área (ha.) Índices de sitio				Total
		4	3	2	1	
1	0-5	30,6	33,5	32,2	0,0	96,3
2	6-10	78,9	236,8	344,6	0,0	660,3
3	11-15	130,5	266,7	405,9	198,0	1001,1
4	16-20	174,4	102,0	79,0	188,0	543,4
5	21-25	148,0	672,4	759,6	83,2	1683,2
<i>Total</i>		562,4	1331,4	1621,3	469,2	3984,3

Teniendo en cuenta que el principal objetivo en nuestro contexto de estudio es regular la plantación, se han elaborado tres modelos que han conseguido tal propósito y en el último de ellos se han incluido, en los objetivos principales, otros roles fundamentales del recurso; además del carácter económico (como proveedores de madera), otros de carácter medio-ambiental (como posibles reguladores de desequilibrios climáticos). Es importante señalar que las aplicaciones del enfoque multiobjetivo en la empresa forestal cubana y en particular en materia de ordenación de bosques han sido responsabilidad del colectivo de autores de este trabajo. En el presente artículo, se explica como ha evolucionado un modelo multiobjetivo desde su formulación más sencilla hasta la versión más acabada, que logra al final del horizonte de planificación un equilibrio por clases de edades de una plantación de *pinus caribaea*, además, de objetivos económicos y medio ambientales, con énfasis particular en la captura de carbono, lo cual representa la primera aplicación en Cuba.

En este último aspecto, relativo al papel que tienen los árboles como posibles reguladores del clima, se está incidiendo en los últimos años, debido a que los árboles, en su metabolismo, consumen mucho más dióxido de carbono del que emiten y pueden así contrarrestar las altas emisiones de este gas con efecto invernadero (Bateman y Lovett, 2000). En este sentido, el Protocolo de Kyoto estableció el principio de que se podrían utilizar las actividades forestales para compensar las emisiones industriales de carbono (Plantinga et al., 1999).

Los problemas resultantes de la modelización han sido resueltos mediante los programas PROMO, (PROgramación MultiObjetivo, Caballero et al., 2000) y PFLMO (Programación Fraccional Lineal MultiObjetivo, Caballero y Hernández (2003).

## 2. OBJETIVOS

En cuanto a los objetivos perseguidos por el centro decisor, se podrían concretar en las siguientes premisas:

*Premisa 1:* El área cubierta por cada clase de edad debe ser aproximadamente la misma al finalizar el horizonte de planificación.

*Premisa 2:* La producción de madera debe ser la misma para cada unidad de tiempo en que se divide el plan.

*Premisa 3:* Evitar siempre que sea posible, aplicar tala rasa en edades tempranas.

*Premisa 4:* El Valor Actual Neto (VAN) debe estabilizarse en el horizonte de planificación.

## 3. MATERIALES Y MÉTODOS

Como se observa, no se pretende maximizar ni minimizar ninguna medida, sino que se alcancen determinados valores en ciertos criterios orientados a la obtención de un bosque equilibrado, evitando su degradación. Ello nos conduce a formalizar las premisas anteriores en forma de niveles de aspiración, y, en consecuencia, a que nuestro modelo sea un problema de Programación por Metas, utilizando el enfoque lexicográfico, con el que asumimos que se intenta conseguir aquellas metas situadas en un nivel precedente sin tener en cuenta las restantes hasta haberlas alcanzado.

A continuación describiremos, sin entrar en formalizaciones, las metas y restricciones que se incluyeron en los modelos I y II y los principales resultados. En el modelo III que es el último y más acabado incluiremos la modelización matemática y una breve comparación de los resultados alcanzados con los tres modelos.

### 3.1. Modelo I: Programación por metas lexicográficas lineal (León et al, 2003)

En este primer modelo se incluyeron las siguientes metas:

#### *Metas para la superficie a regenerar de equilibrio*

Con el fin de estabilizar los niveles de producción (Premisa 1), en cada periodo se ha de intentar mantener la superficie en la que se aplica la tala rasa en niveles próximos a lo silvícola y ecológicamente aceptable, evitando que se supere este nivel

#### *Metas para el control de la posibilidad volumen*

El volumen que se puede extraer sin riesgos de degradación es el que la plantación sea capaz de incrementar en el periodo correspondiente. Así, establecemos la meta que trata de mantener los niveles de extracción en ese límite, tratando de que no se sobrepase (Premisa 2).

#### *Metas para el control de la edad de tala*

La tala de árboles jóvenes significa un sacrificio en todos los aspectos, económicos, ecológicos y silvícolas. No obstante, y debido a las características de nuestro caso, hemos tenido que admitir la posibilidad de aplicar tala rasa a cualquier edad si fuera necesario para el propósito final de ordenar el bosque. Ahora bien, lo deseable sería que ello no ocurriera y por esta razón definimos la meta (Premisa 3).

#### *Metas para el control del VAN*

El nivel de aspiración de esta meta es un indicador económico de la empresa que se debe cumplir y si fuera posible sobrepasar, aunque lo más importante será lograr una estabilización a largo plazo de ese valor (Premisa 4)

Las metas que acabamos de detallar constituyen un conjunto de restricciones blandas o débiles, ya que el decisor desea que se alcancen, pero un punto que no las satisfaga no se considera no admisible para nuestro problema. Para que un punto sea admisible, en nuestro contexto, ha de cumplir otras restricciones que se conocen como duras o fuertes y que son las condiciones técnicas que, bajo ningún concepto, pueden ser violadas. Estas restricciones son las siguientes.

- *Restricciones de control de tratamientos por grupo de edad y por índice de sitio.*
- *Restricciones para el control del límite inferior de la superficie de tala.*
- *Restricciones para el control del límite inferior del Valor Actualizado Neto (VAN).*

La resolución del problema se ha realizado con el programa PROMO, (Caballero et al. 2000). A la vista de estas soluciones, el centro decisor emitió sus valoraciones con respecto a las distintas situaciones que representan y seleccionó la que ofrece una composición homogénea de áreas por grupo de edades aún cuando es la que tiene menos área tratada y también la que aporta un menor beneficio.

### 3.2. Modelo II: Programación por metas con metas fraccionales (Gómez et al 2006)

Se mantienen las mismas premisas y las metas son las mismas que en el modelo I. Los niveles de prioridad 1 y 2 permanecen y se intercala en el tercer nivel de prioridad una meta fraccional. Las metas que ocupaban los niveles 3 y 4 en el modelo I ahora pasan a las posiciones 4 y 5 respectivamente.

#### *Tercer nivel de prioridad.*

Con el propósito de ordenar el bosque hay que variar significativamente la composición por edades, que es bastante irregular. Para ello hemos considerado una meta fraccional que modela de forma natural el deseo de alcanzar el equilibrio por edades al finalizar el horizonte de planificación.

Así, la meta que recoge este deseo establece que el ratio existente entre el número de hectáreas del primer grupo de edad y las del último grupo de edad se vaya estabilizando por periodo hasta llegar a ser 1.

Se mantienen las restricciones de disponibilidad global y por índice de sitio del modelo I, por último, se han planteado en el modelo restricciones que controlan ciertos valores de importancia en el mismo. Así, con el objeto de que no se produzcan situaciones que conlleven talas excesivas en árboles jóvenes, se establece una cota superior de la superficie disponible a talar con estas características. De igual forma, se consideran restricciones para controlar el límite inferior de la superficie de tala y garantizar, así, la renovación de la masa arbórea y por último, restricciones que acotan inferiormente el importe del *Valor Actualizado Neto*:

La resolución del problema se ha realizado con el programa PFLMO (Caballero y Hernández (2003)) creado para resolver problemas de metas fraccional lineal. Tras ello, PFLMO encontró soluciones satisfaciendo todas las metas, lo cual conlleva soluciones equilibradas al finalizar el horizonte de planificación, es decir, todas las soluciones satisfactorias obtenidas, alcanzan una distribución equilibrada de la superficie ocupada por cada grupo de edad

### 3.3. Modelo III: Programación por metas con metas fraccionales incluyendo el carbono neto capturado (Hernández et al 2006)

En este modelo, hemos tenido en cuenta el papel de los árboles como sumideros de carbono, considerando una medida del carbono neto capturado por los árboles de una plantación en conjunción con otros aspectos, económicos y de conservación del medio-ambiente, que son importantes de cara a la planificación del manejo de dicha plantación.

Para ello hemos tomado como punto de partida un trabajo previo (Gómez et al., 2005) que hemos completado con la incorporación de la captura de carbono. Para el centro decisor resulta importante añadir un nuevo objetivo:

*Premisa 5:* Mantener el nivel de carbono neto fijado por la plantación.

*Meta para el control del carbono neto*

Se desea que la cantidad de carbono neto fijada por los árboles de la plantación, hasta un periodo  $p$ , sobrepase un umbral considerado deseable por el decisor. Para ello se utilizó la tasa de conversión del dióxido de carbono atmosférico en biomasa,  $\gamma$  (ton. de carbono/m<sup>3</sup> de madera), para *pinus caribaea* y,  $\beta$  que es el porcentaje del dióxido de carbono fijado en la biomasa que se desprende a la atmósfera en el momento de la tala rasa.

### 3.4. Modelación

Consideraremos que la superficie a planificar se encuentra dividida por zonas según la productividad (índice de sitio) y por la edad de los árboles. Supondremos que tenemos  $H$  índices de sitio e  $I$  grupos de edad. El horizonte de planificación,  $T$  (turno de corta) lo hemos dividido en periodos,  $p$ . El número de periodos,  $P$ , es igual al número de años que abarca el horizonte de planificación dividido por los años que definen cada clase o grupo de edad. Las variables de decisión representan las *hectáreas*, en cada índice de sitio considerado y para cada grupo de edad, a las que se les va a aplicar un tratamiento concreto, en cada periodo  $p$ . Las denotaremos por  $x_{hij}^p$ , siendo  $h$  el índice de sitio ( $h = 1, \dots, H$ ),  $i$  el grupo de edad ( $i = 1, \dots, I$ ),  $j$  el tratamiento a realizar ( $j = 1, \dots, J$ )<sup>1</sup> y  $p$  el periodo de tiempo ( $p = 1, \dots, P$ ). Puesto que el tratamiento a aplicar depende de la edad, el valor del subíndice  $j$  depende del valor de  $i$ , esto es,  $j \in N(i)$  donde  $N(i) = \{j / (i, j) \in N\}$  y  $N = \{(i, j) / j \text{ es el tratamiento correspondiente al grupo de edad } i\}$ .

Por otra parte, la superficie disponible, en hectáreas, correspondiente al índice de sitio  $h$  en la clase de edad  $i$ , en el periodo  $p$ , la denotaremos por  $s_{hi}^p$ , y por  $\mathbf{S}^p$  la matriz de orden  $H \times I$  que recoge los elementos anteriores. De manera análoga,  $S_i^p$  y  $S_h^p$  simbolizan la superficie total en hectáreas de edad  $i$  y la superficie total del índice de sitio  $h$ , respectivamente. Ahora bien, debido a la evolución de las masas, la superficie de hectáreas de edad  $i$ , por índice de sitio  $h$ , en cada periodo  $p$ , depende de las superficies del periodo anterior de la siguiente manera:

$$s_{h1}^p = \sum_{i=1}^I x_{hij}^p \quad h = 1, 2, \dots,$$

$$s_{hi}^p = s_{hi-1}^{p-1} - x_{h1j}^p \quad i = 2, 3, \dots, I; \quad h = 1, 2, \dots, H$$

<sup>1</sup> Consideraremos que el último subíndice,  $J$ , es el tratamiento de tala rasa.

$$s_{hl}^p = s_{h(I-1)}^{(p-1)} - x_{h(I-1)J}^p + s_{hl}^{(p-1)} - x_{hlJ}^p \quad h = 1, 2, \dots, H$$

*Metas del modelo.*

A continuación, vamos a formalizar las metas que recogen los objetivos perseguidos por el centro decisor, según su orden de prioridad, y teniendo en cuenta que son las mismas para cada periodo  $p$ . Todas las metas no tienen la misma importancia y este aspecto lo recogemos estableciendo niveles de prioridad entre ellas y utilizando el enfoque lexicográfico dentro de la Programación por Metas.

*Primer nivel de prioridad:* Intentar mantener la superficie en la que se aplica la tala rasa ( $j = J$ ) en niveles próximos a lo silvícola y ecológicamente aceptable, evitando que se supere el nivel  $Se_h^p$  que representa la superficie a regenerar de equilibrio en el índice de sitio  $h$ , para el periodo  $p$ , que es la que garantiza que se talle y se regenere toda la superficie en un turno:

$$\sum_{i=1}^I x_{hiJp} + n_{1h}^p - p_{1h}^p = Se_h^p \quad h = 1, \dots, H$$

*Segundo nivel de prioridad:* Se trata de mantener los niveles de extracción en el límite del volumen que se puede extraer sin riesgos de degradación, tratando de que no se sobrepase. Así, si  $v_{hij}^p$  representa el volumen por hectárea aprovechada en cada índice de sitio, edad, tratamiento y periodo, y  $V^p$  la posibilidad volumen cosechable en dicho periodo, el siguiente conjunto de metas ocupan el segundo nivel de prioridad:

$$\sum_{h=1}^H \sum_{(i,j) \in N} v_{hijp} x_{hijp} + n_2^p - p_2^p = V^p$$

*Tercer nivel de prioridad:* La meta situada en este nivel de prioridad recoge el deseo de alcanzar el equilibrio por edades al finalizar el horizonte de planificación. En ella se establece que el ratio existente entre el número de hectáreas del primer grupo de edad y las del último grupo de edad se vaya estabilizando por periodo hasta llegar a ser 1. En este caso, y tras la notación establecida, la meta fraccional adquiere la siguiente formulación:

$$\frac{S_1^p}{S_I^p} + n_3^p - p_3^p = \frac{1}{P} p \quad p = 1, \dots, P$$

Como se observa, el nivel de aspiración de la meta fraccional va aumentando por periodo de forma que en el último periodo, si se consigue satisfacer, nos aseguramos una composición por edades en equilibrio.

*Cuarto nivel de prioridad:* La tala de árboles jóvenes significa un sacrificio en todos los aspectos, económicos, ecológicos y silvícolas. Por ello, la meta situada en este nivel intentará impedir que se talen árboles de edad inferior al grupo  $I-1$ , en cada periodo  $p$ :

$$\sum_{h=1}^H \sum_{i=1}^{I-2} x_{hiJ}^p + n_4^p - p_4^p = 0$$

*Quinto nivel de prioridad:* Esta meta modela el objetivo económico en cada periodo  $p$ . Se desea alcanzar o sobrepasar el valor actualizado neto por periodo,  $VAN^p$ :

$$\sum_{h=1}^H \sum_{(i,j) \in N} VAN_{hij}^p x_{hij}^p + n_5^p - p_5^p = VAN^p$$

donde  $VAN_{hij}^p$  representa el valor monetario de la correspondiente hectárea.

*Sexto nivel de prioridad:* Por último, se desea que la cantidad de carbono neto fijada por los árboles de la plantación, hasta un periodo  $p$ , sobrepase un umbral considerado deseable por el decisor:

$$\gamma \sum_{h=1}^H \sum_{i=1}^I s_{hi}^p v_{hi}^p + \gamma \sum_{k=1}^p \sum_{h=1}^H \sum_{i=1}^I \gamma x_{hi}^k v_{hi}^k (1 - \beta_{hi}) + n_6^p - p_6^p = C^p$$

donde  $\gamma$  es la tasa de conversión del dióxido de carbono atmosférico en biomasa (ton. de carbono/m<sup>3</sup> de madera), la cual depende de la especie considerada. Por otra parte,  $\beta_{hi}$  es el porcentaje del dióxido de carbono fijado en la biomasa que se desprende a la atmósfera en el momento de la tala rasa. Así, el primer sumando de esta meta representa el carbono fijado en la plantación dados los metros cúbicos existentes en ella al final del periodo  $p$ , mientras que el segundo sumando indica el carbono neto que se ha fijado desde el primer periodo (lo absorbido menos lo que se desprende) como consecuencia de la tala rasa llevada a cabo desde entonces.

En consecuencia la función objetivo de nuestro modelo lexicográfico, aplicado a cada periodo de planificación es la siguiente:

$$Lex \min (f^1, \dots, f^p) = \left( \left\{ \sum_{h=1}^H p_{1h}^1, p_{2h}^1, n_{3h}^1, p_{4h}^1, n_{5h}^1, n_{6h}^1 \right\}, \dots, \left\{ \sum_{h=1}^H p_{1h}^p, p_{2h}^p, n_{3h}^p, p_{4h}^p, n_{5h}^p, n_{6h}^p \right\} \right)$$

*Restricciones del modelo.*

El conjunto de restricciones del modelo se ha reformulado utilizando la notación antes establecida de la evolución de las masas que consigue una formulación de las mismas mucho más asequible y además incide en el aspecto dinámico de dicha evolución.

En un primer lugar encontramos las restricciones que recogen la disponibilidad por índice de sitio y grupo de edad en cada periodo  $p$

$$\sum_{j \in N(i)} x_{hi}^p \leq s_{hi}^{(p-1)} \quad h = 1, 2, \dots, H; \quad i = 1, \dots, I$$

Por otra parte, se considera una cota superior para la tala en el grupo de edad  $I-1$ , en cada periodo  $p$ :

$$x_{h(I-1)}^p \leq \alpha s_{h(I-1)}^{(p-1)} \quad h = 1, 2, \dots, H \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

donde  $\alpha$  representa el porcentaje de la superficie de edad  $I-1$  que se permite talar, como mucho, en cada índice de sitio por periodo.

También restricciones para el control del límite inferior de la superficie de tala y del VAN, respectivamente:

$$\sum_{i=1}^I x_{hi}^p \geq \tau Se_h^p \quad h = 1, 2, \dots, H \quad 0 \leq \tau \leq 1$$

siendo  $\tau$  el porcentaje de la superficie a regenerar de equilibrio que, como mínimo, puede recibir el tratamiento de tala rasa, para cada índice de sitio y periodo:

$$\sum_{h=1}^H \sum_{(i,j) \in N} VAN_{hij} x_{hi}^p \geq \mu VAN^p \quad 0 \leq \mu \leq 1$$

donde  $\mu$  es el tanto por ciento del valor del VAN al que aspira el centro decisor que, como mínimo, hay que alcanzar en cada periodo.

### 3.5. Aplicación del modelo

Los modelos que aquí referimos han sido aplicados a la Unidad Silvícola San Juan y Martínez, perteneciente a la Empresa Forestal Integral Pinar del Río que cuenta, como ya hemos comentado anteriormente, con 3.984,3 ha. de plantaciones de Pinus Caribaea para la producción de madera, principalmente. Hemos considerado cuatro índices de sitio ( $H = 4$ ) y cinco grupos de edad ( $I = 5$ ) que abarca, cada una de ellos, 5 años. Los tratamientos establecidos por la Instrucción para la Ordenación del Patrimonio Forestal en Cuba (Ministerio de Agricultura, Norma Ramal 595), para este tipo de plantaciones, son cuatro, raleo 1 ( $j = 1$ ), raleo 2 ( $j = 2$ ), raleo 3 ( $j = 3$ ) y tala rasa o corta principal ( $j = 4$ ). El horizonte de planificación es  $T = 25$  años (número de años del turno, León, 1997) y la unidad de tiempo (cada periodo

de planificación) es de cinco años, por lo que hay cinco periodos ( $P=5$ ). Utilizamos un submúltiplo del turno para facilitar los cálculos auxiliares y la comprensión de la solución por parte del centro decisor.

Como ya se ha comentado, los tratamientos posibles se determinan de acuerdo con la edad de la plantación y se aplica tala rasa, si fuera necesario, para el propósito final. Así, es posible aplicar tala rasa en todas las edades (aunque no es deseable aplicarla en árboles jóvenes), y además, tratamiento 1 en el grupo de edad 2, tratamiento 2 en el grupo de edad 3 y tratamiento 3 en el grupo de edad 4. En consecuencia nuestro problema tiene un total de 160 variables de decisión

La configuración inicial de la unidad forestal es la siguiente.

$$S^0 = \begin{pmatrix} 0,0 & 0,0 & 198,0 & 188,0 & 83,2 \\ 32,2 & 344,6 & 405,9 & 79,0 & 759,6 \\ 33,5 & 236,8 & 266,7 & 102,0 & 692,4 \\ 30,6 & 78,9 & 130,5 & 174,4 & 148,0 \end{pmatrix}$$

En cuanto a los niveles de aspiración de las metas, la superficie a regenerar de equilibrio, de acuerdo con la normativa cubana, ha de ser igual a la superficie total multiplicada por el recíproco del turno de la especie, y ello para cada índice de sitio, es decir:

$$Se_h^p = Se_h^0 = \frac{1}{5} S_h^0 \quad h = 1, 2, \dots, H.$$

Por otra parte, el volumen que se puede extraer sin riesgos de degradación asciende a  $138.328 \text{ m}^3$  para todos los periodos y, de acuerdo con el decisor, se estableció el nivel deseado del VAN en  $790.000$  pesos, para los dos primeros periodos, y en  $760.000$  pesos para los tres restantes ya que en los primeros periodos hay mayor área con masas en edad de tala que aportan más ingresos

En cuanto a la meta del carbono, el parámetro  $\gamma$  toma el valor de  $0,4753$  toneladas de dióxido de carbono por metro cúbico de biomasa (Alvarez et al 2005), mientras que los valores de  $\beta$  han sido extraídos de la tabla número 7 de la relación “Tablas de Volumen Surtido y Densidad del Pinus Caribaea en plantaciones puras de Cuba”, editadas por el Instituto de Investigaciones Forestales (1990) en la que se definen los porcentajes de madera destinada a los diferentes usos. Por otra parte, los niveles de carbono que se deben superar en cada periodo han sido fijados de la siguiente manera:  $C^1 = 248.522,47$ ;  $C^2 = 275.859,94$ ;  $C^3 = 308.963,14$ ;  $C^4 = 349.128,35$ ;  $C^5 = 394.515,03$ .

En acuerdo con el centro decisor los valores de los parámetros  $\alpha$ ,  $\tau$  y  $\mu$  se han fijado en  $0,05$ ;  $0,9$  y  $0,9$  respectivamente.

La resolución del problema se ha realizado con el programa PFLMO, (Caballero y Hernández (2003)) y, dado el gran desequilibrio inicial de la plantación nos hemos visto obligados a relajar el nivel de aspiración de la meta fraccional para el periodo 3, de un nivel de  $0,6$  a un nivel de  $0,5$ , nivel que el decisor consideró aceptable. Tras ello, PFLMO encontró soluciones satisfaciendo todas las metas, lo cual conlleva soluciones equilibradas al finalizar el horizonte de planificación.

## 4. RESULTADOS

### 4.1. Modelo I

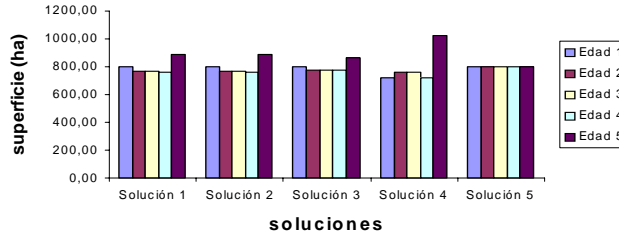
El VAN para las cinco soluciones seleccionadas, dentro del conjunto eficiente, se presenta en la tabla 2. La figura 1 presenta la superficie por edades al finalizar los 25 años de planificación, si se aplican los tratamientos propuestos en cada una de las soluciones presentadas.

Finalmente, la solución elegida fue la número 5 que a pesar de presentar el VAN mas bajo es la que logra el mayor equilibrio en los grupos de edades que fue el objetivo priorizado en la modelización.

**Tabla 2. VAN para las diferentes soluciones**

	Solución 1	Solución 2	Solución 3	Solución 4	Solución 5
VAN	4046854	4051451	4032764	4141592	3960636

**Figura 1. Superficie por edades en las diferentes soluciones**



#### 4.2. Modelo II

Se presentaron cuatro soluciones que se pueden apreciar en la tabla 3, en todas se alcanza el equilibrio por clases de edades en 25 años. En la selección de la solución primó la cantidad de hectáreas a que se le aplica tala rasa en el grupo de edad 4 y el VAN

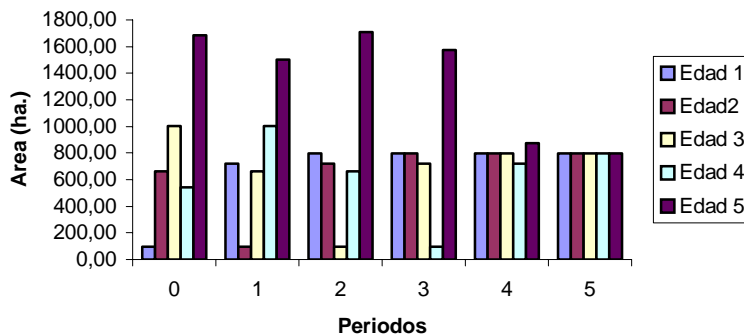
**Tabla 3. Comparación de Soluciones.**

SOLUCIONES	Tala en edad 4 (ha)	VAN (pesos)
SOLUCIÓN 1	791,94	4.151.784
SOLUCIÓN 2	109,26	4.067.485
SOLUCIÓN 3	36,08	4.025.710
SOLUCIÓN 4	1,26	4.000.371

La solución seleccionada fue la número 3 en la que se sacrifican sólo 36,8 ha en el grupo de edad 4 y se eleva el VAN respecto al modelo 1 en 65074 pesos.

En la Figura 2 queda representada la evolución del área cubierta por cada grupo de edad en los diferentes periodos de planificación para la solución escogida por el centro decisor. Como se puede observar, el área cubierta por cada clase de edad se equilibra en el último periodo de la planificación.

**Figura 2. Área cubierta por cada clase de edad en los distintos periodos.**



#### 4.3. Modelo III

Se presentaron tres soluciones que se muestran en la tabla 4. En las tres se alcanza el equilibrio de edades al finalizar el horizonte de planificación



**Tabla 4. VAN y carbono neto en las diferentes soluciones**

Período	Solución 1		Solución 2		Solución 3	
	VAN (pesos)	Carbono (ton.)	VAN (pesos)	Carbono (ton.)	VAN (pesos)	Carbono (ton.)
P.1	846.128	259.751,5	838.714	259.685,6	819.005	259.182,3
P.2	823.353	283.744,7	820.178	284.182,2	809.414	284.597,6
P.3	780.850	315.736,6	780.849	316.521,5	772.982	318.042,4
P.4	783.395	349.864,4	785.299	350.815,0	783.671	352.943,3
P.5	760.000	394.515,0	822.420	394.515,0	814.928	397.517,0
TOTAL	3.993.726	1.603.612	4.047.460	1.605.719	4.000.000	1.612.283

La solución seleccionada fue la 3 que es ecológicamente aceptable, consigue el equilibrio al finalizar la planificación, y además el VAN asciende a 4 000.000 pesos, un valor más que aceptable para el decisor.

## 5. CONCLUSIONES

Los tres modelos abordan problemas con 160 variables de decisión y fueron resueltos con el uso de programas que no solo determinan una solución que verifica todas las metas sino que además, permiten explorar dentro de un conjunto de soluciones que satisfacen los niveles de aspiración, aquellas que son eficientes. Debido al gran desequilibrio de la plantación fue necesario relajar la meta relacionada con el control de la edad de tala en los tres modelos, permitiendo aplicar tala rasa en el grupo de edad IV.

Con estos modelos de metas se ha logrado obtener soluciones que permiten determinar la superficie a talar para cada índice de sitio en cada período, se maximiza el beneficio sin deterioro del ecosistema y se asegura el equilibrio por edades en la plantación al finalizar la planificación, con satisfacción plena de los deseos del decisor, es decir, se resuelve eficientemente el problema económico y ecológico en cuestión.

La inclusión de la meta fraccional modela de una forma natural el deseo de equilibrio del decisor, ya que incide en el aspecto dinámico del problema, asegurando además, en el caso de que existan soluciones que satisfacen las metas, que todas ellas estarán equilibradas al finalizar la planificación, todo ello sin renunciar a objetivos económicos y ecológicos.

Además, el modelo planteado permite determinar la superficie que debe ser sometida a los diferentes tratamientos, indicando el volumen de madera a extraer en cada periodo de la planificación, conocer el Valor Actualizado Neto que genera dicha planificación y además disminuir los sacrificios de cortabilidad en el proceso de aprovechamiento de la plantación.

En general, podemos señalar que existe un cierto trade-off entre el VAN total alcanzado al final de los cinco periodos de planificación y el carbono neto capturado hasta el periodo 5. Además, el hecho de incorporar las metas relativas a la captura de carbono conlleva que el equilibrio en la plantación se tarde más en alcanzar, aunque siempre se llegue a él al final del horizonte de planificación.

Por otra parte, los modelos diseñados en este trabajo son aplicables a plantaciones puras de otras especies, siempre que prevalezcan los mismos objetivos económicos y ecológicos aquí abordados. Como se puede apreciar en este trabajo, cada modelo supera el anterior en la intención de representar cada vez con mayor fidelidad el uso múltiple de los bosques.

La introducción de los resultados obtenidos con la modelación deben conducir a lograr una producción sostenida de madera, sin riesgo de degradación de la plantación, una estabilización en el Valor Actualizado Neto y con niveles aceptables de retención de carbono, cumpliendo objetivos de la gestión sostenible de los recursos forestales.

Received October 2008

Revised April 2008

## REFERENCIAS

[1] MINISTERIO DE LA AGRICULTURA (1982): Norma Ramal 595. Tratamientos silviculturales. **Editadas por Dirección de Normalización Metrología y Control de la Calidad.** Habana.

- [2] MINISTERIO DE LA AGRICULTURA. (1990): Tablas de Volumen Surtido y Densidad del *Pinus Caribaea* en plantaciones puras de Cuba. **Instituto de Investigaciones Forestales**. Habana.
- [3] ALVAREZ, A., MERCADET, A. y ESCARRÉ A. (2005:) El papel de los coeficientes de carbono de la madera en la certificación del efecto sumidero de los bosques cubanos **Instituto de Investigaciones Forestales**, Habana.
- [4] BATEMAN, I. J. y LOVETT, A. A. (2000): Estimating and valuing the carbon sequestered in softwood and hardwood trees, timber products and forest soils in Wales. **Journal of Environmental Management**, 60, . 301-323.
- [5] CABALLERO, R., LUQUE, M., MOLINA y J., RUIZ, F. (2000): *PROMO* (Programación Multiobjetivo), Programa de ordenador, **R.P.I.: MA-6739. Universidad de Málaga**, Malaga.
- [6] CABALLERO, R. y HERNÁNDEZ, M. (2003). *PFLMO* (Programación Fraccional Lineal Multiobjetivo), Programa de ordenador, **R.P.I.: MA-903-2003. Universidad de Málaga**, Malaga.
- [7] DÍAZ-BALTEIRO, y L. y ROMERO, C. (2003). Forest management optimisation models when carbon captured is considered: a goal programming approach. **Forest Ecology Management**, 174, . 447-457.
- [8] GÓMEZ, T., HERNÁNDEZ, M., LEÓN, M.A. y CABALLERO, R. (2005). Problema de ordenación forestal resuelto mediante un modelo de metas fraccional lineal. **Revista Española de Estudios Agrosociales y Pesqueros** 207, . 79-103.
- [9] GÓMEZ, T., HERNÁNDEZ, M., LEÓN, M.A., CABALLERO, R. (2006) A Forest Planning Problem Solved via a Linear Fraccional Goal Programming Model. **Forest Ecology and management**. . 227, . 79-88.
- [10] HERNÁNDEZ, M., GÓMEZ, T., LEÓN, M.A. y CABALLERO, R. (2006). A fractional goal programming model for a timber harvest scheduling problem with carbon captured. **INFORMS 2006 Annual Meeting**, San Francisco, California, USA.
- [11] KAZANA, V., FAWCETT, R.H., MUTCH, W.E.S. (2003): A decision support modelling framework for multiple use forest management: The Queen Elizabeth Forest case study in Scotland. **European Journal of Operational Research**, 148, 102-115.
- [12] LEÓN, M.A. (1997): Modelos de Programación por Metas para la Ordenación Forestal. **Memorias del Tercer Evento Internacional Científico Metodológico de Matemática y Computación**. Cuba.
- [13] LEÓN, M.A., CABALLERO, R., GÓMEZ, T. y MOLINA J. (2003) Modelización de los problemas de ordenación forestal con múltiples criterios. Una aplicación a la economía forestal cubana. **Estudios de Economía Aplicada**, 21, . 339-360.
- [14] PLANTINGA, A. J., MAULDIN, T., MILLER, J. (1999). An econometric analysis of the costs of sequestering carbon in forests. **American Agricultural Economics Association**, 81, . 812-824.