

MODELACIÓN MULTICRITERIO APLICADA AL ANÁLISIS DE INVERSIONES.

Manuel E. Cortés Cortés y Ridelio Miranda Pérez

Facultad de Informática.

Universidad de Cienfuegos "Carlos Rafael Rodríguez". Cuba.

RESUMEN

El análisis de las inversiones hasta el momento se ha realizado de forma tradicional, suponiendo que se posee toda la información necesaria para el diseño del proceso y que solo se precisa analizarla correctamente para obtener el diseño. Muchos inversionistas realizan la evaluación utilizando métodos estáticos, los cuales no representan la verdadera rentabilidad al no considerar el valor del dinero en el tiempo, lo que tiene especial impacto en el efecto de una inversión, por esto se hace necesaria la utilización de métodos dinámicos de evaluación de inversiones, que tienen la limitante de analizar un solo criterio.

En el presente trabajo se aplicó un modelo multicriterial para el análisis de los proyectos de inversión, que incluye los criterios de: fiabilidad de los equipos, la utilización de los equipos y recursos humanos, el análisis de rentabilidad, el tiempo interno de retorno, el valor presente neto y otros. Se toma un caso de estudio y se dan resultados del mismo.

ABSTRACT

The analysis of investments up to the present have taken place in a traditional way, assuming that all the information necessary has been gathered for the process design, and the only thing necessary is to analyse it in order to achieve the required design. Many investors do their evaluations by means of statistical methods, which do not represent the true profit, since they do not consider the value of money in time. This aspect has a special impact in the effect of the investment. That is why dynamic evaluating methods are necessary, which also have the limitation of analysing just one criterion.

In the present paper is presented a multicriterial model applied in the analysis of investment projects which includes the following criteria: reliability of the equipments, the equipments usage (performance) and human resources, analysis of profitability, return internal time, net present value and so on. The results of a study case are also given.

KEY WORDS: Mathematical Modelling, Linear Programming, Multicriterial Linear Programming, Investment Analysis, Mathematical Modelling Applied to the Enterprise.

MSC: 90B50, 90B90

1 INTRODUCCIÓN

La eficiencia económica de un país esta sustentada en una adecuada política sobre las inversiones, por lo que es necesario la correcta selección entre todas las alternativas propuestas.

La definición más general que se le puede dar al arte de invertir, es que, mediante el mismo, tiene lugar el cambio de una satisfacción inmediata y cierta a la que se renuncia, contra una esperanza que se adquiere y de la cual el bien invertido es el soporte. (GONZÁLEZ et. al. 1996).

Hasta el momento se ha considerado el análisis de las inversiones de forma tradicional, suponiendo que se posee toda la información necesaria para el diseño del proceso y que solo se precisa analizarla correctamente para obtener el diseño. Esto no suele ser cierto, puesto que el inversionista debe moverse en un campo bastante impreciso, ya que las inversiones apuntan al futuro, pero este no puede predecirse con seguridad. Esta incertidumbre respecto al comportamiento del futuro de numerosos factores da lugar a situaciones de riesgo en las decisiones de inversiones. Además en lo que respecta a la rentabilidad, muchos inversionistas realizan la evaluación utilizando métodos estáticos, los cuales no consideran el valor del dinero en el tiempo, lo que tiene especial impacto en el efecto de una inversión. Se hace necesaria entonces la utilización de métodos dinámicos como el valor presente neto (VAN), la tasa de rendimiento interna (TIR) y el período de recuperación al descuento (PRD), pero estos últimos presentan la limitante, de la unicriterialidad. Para solucionar este problema se realiza un estudio más completo en un análisis de inversiones donde se tengan en cuenta modelos multicriteriales que tomen los siguientes aspectos: fiabilidad, estudio de demanda, simulación de los flujos de cajas, porcentaje de utilización de los equipos, porcentaje de utilización de los recursos humanos y métodos dinámicos de evaluación de inversiones.

El objetivo de este trabajo radica en la elaboración de un modelo multicriterial entero para el análisis de alternativas de inversión en una línea de producción que incluya no solo criterios económicos, sino factores técnicos.

2 DESARROLLO

La matemática aplicada ha sido históricamente una herramienta necesaria utilizada en el desarrollo social, las actividades productivas, la investigación científica y la vida en general.

Los métodos de la optimización por su parte han sido explotados en un gran número de aplicaciones, donde generalmente se persigue la obtención de un objetivo único, sujeto a una serie de limitaciones o restricciones; ese objetivo único generalmente se corresponde con la maximización de la producción, las utilidades y la minimización de los costos, por citar los más universalmente utilizados. No se tienen en cuenta otros criterios de índole técnico-económico para el logro de un desarrollo sostenible o sustentable.

Matemáticamente los Modelos son planteados como sigue:

2.1 Selección de Proyectos. Modelo Tradicional.

V.A.E.- Valor actual equivalente: Todos los ingresos y costos que ocurran durante un período son convertidos en una anualidad equivalente. Si **VAE** > 0 el proyecto es recomendable.

V.A.N.- Valor anual o valor presente neto.

T.I.R.- Tasa interna de retorno.- Es el rendimiento que se espera que devengue una inversión. Es la tasa de retorno o tiempo de actualización o descuento de una inversión que hace cero al **VAN**.

VAN.- Consiste en determinar en un tiempo cero de los flujos de efectivo futuros (corriente de cobros y pagos actualizados) que genere un proyecto y compara esta equivalencia con el desembolso inicial. Si el **VAN** > 0 se recomienda el proyecto.

VAN es una equivalencia en el tiempo cero de los flujosefectivos futuros que genera la alternativa y compara esta equivalencia con el desembolso inicial. Los proyectos son aceptados cuando **VAN** tiene valores mayores que cero.

$$\mathbf{VAN} = -P + \sum St / (1+i)^t$$

Donde

P = desembolso inicial

St = Flujo efectivo neto

i = tasa de recuperación mínima atractiva TREMA

t = Total de períodos de inversión.

Ver en CORTÉS et. al. (2005))

2.2 Modelo Lineal unicriterial.

Definición de las variables.-

$X_{jk} = (1, 0)$ $j = 1, J; k = 1, K$ Decide si se invierte en el proyecto k en la subdivisión j

Función Objetivo:

$$\mathbf{Max Z} = \sum \sum (-P_{jk} + \sum (S_{jk} * X_{jk}) / (1+ i)^t) = \sum \sum \mathbf{VAN}_{jk}$$

Restricciones:

1.- Financieras

$$\sum \sum P_{jk} X_{jk} < C$$

2.- Proyectos Excluyentes

$$\sum X_{jk} \leq 1$$

3.- Relaciones de contingencia

Cuando la captación de un proyecto depende de la aceptación previa de otro.

$$-X_{ik} + X_{jk} \geq 0$$

$$i = 1, I$$

$$j = 1, J$$

$$k = 1, K$$

4.- Area obligada

Cuando es obligado a escoger una alternativa de las propuestas.

$$\sum X_{jk} = 1 \quad k = 1, K$$

donde:

I = total de proyectos con dependencia

J = total de subdivisiones que pretenden realizar inversiones

K = total de proyectos de inversión por subdivisión

VAN_{jk} = Valor anual presente neto del proyecto k en la subdivisión j durante el período t.

P_{jk} = desembolso inicial del proyecto k en la división j

S_{jk} = ingreso del proyecto k en la división j

C = capital disponible de la empresa

i = tasa de recuperación mínima atractiva TREMA

t = Total de períodos de inversión.

2.3 Modelos de Programación Multiobjetivo. (P M O). Métodos no Tradicionales.

La modelación multicriterial, desarrollada en la década del 60, es una de las vías para resolver los problemas de planificación de forma tal de cumplir con todos los objetivos anteriormente planteados; surgiendo la necesidad de realizar análisis más integradores, donde se incluyeran múltiples objetivos como pudieran ser los ya enumerados en la optimización unicriterial y otros nuevos de corte técnicos, económicos, ambientales y sociales. (EVANS (1984))

El problema de la decisión multicriterio es el de una optimización con varias funciones objetivos simultáneas y un único agente decisor (RAMANATHAN (1993)), para esto existen varios métodos: Optimización de Pareto, Método Simplex Multicriterio, Programación por Metas, entre otros. Seguidamente trataremos la Programación por Metas por ser uno de los más utilizados.

Planteamiento del Problema: (ver en CORTÉS (1999))

1. Variables:

- Variables de Decisión. Xi
- Variables de Desviación. (dk-), (dk+) para cada objetivo.

2. Restricciones:

- Restricciones del Modelo. Estructuradas. Son las restricciones que no tienen que ver con las metas.
- Restricciones de Metas. Tienen relación con las Metas u objetivos propuestos. Para cada meta se añade una restricción del tipo.

La omisión de cualquier tipo de variables de desviación en las restricciones de Meta ACOTA la meta en la dirección omitida. Omitir dk- coloca una cuota superior a la meta. Omitir dk+ coloca una cuota inferior a la meta.

3. Función Objetivo: Minimizar las Desviaciones de las Metas.

- $$\text{Min } Z = \sum P_k [w_{ik} (dk-) + w_{ik} (dk+)]$$
 Función Objetivo con Prioridad Pk y preferencias Wik.

Caso de estudio:

La corporación ABATUR, S.A. tiene ante sí la necesidad de hacer inversiones para un proyecto TERRITORIAL, se presentan 6 diferentes proyectos con distintas tecnologías, capitales a invertir, tiempos de recuperación de la inversión, capacidades, fiabilidades, entre otros. El grupo de investigación de la universidad inició el estudio para dar respuesta a la empresa, se trabajaron modelos unicriteriales y multicriteriales y se llegó a conclusiones que fueron tomadas por la empresa para la toma de decisiones final, según se plantea en (BUNDSCHUH (1996)). El problema se presenta a continuación:

Dentro del conjunto de unidades que conforma la organización del turismo en la provincia, se encuentra la lavandería Unicornio ubicada en la avenida 5 de septiembre en el municipio de Cienfuegos, perteneciente a la corporación ABATUR, S.A, cuyo radio de acción abarca la prestación de servicios de lavado, tintorería y alquiler de lencería a las instalaciones hoteleras de las provincias centrales (Villa Clara, Santí Spirirus y Cienfuegos) las que se relacionan a continuación:

Cadena Gran Caribe.

- Hotel Jagua (Cienfuegos).
- Hotel Los Caneyes (Santa Clara).
- Hotel Ancón (Trinidad).

Cadena Horizonte.

- Hotel Costa Sur (Trinidad).
- Hotel Rancho Luna (Cienfuegos).
- Hotel Las Cuevas (Trinidad).

Cadena Isla Azul.

- Hotel Pasacaballo (Cienfuegos).
- Hotel Santa Clara Libre (Santa Clara).
- Hotel Hanabanilla (Villa Clara).
- Hotel Faro Luna (Cienfuegos).
- Yagüanabo (Trinidad).
- Guajimico (Trinidad).
- Hotel Rancho Hatuy (Santa Clara).

El modelo de programación multicriterial (Meta) descrito anteriormente, el cual permite analizar todos los factores técnicos y económicos de un análisis de inversión de forma integral, dándole ciertas prioridades a los criterios y además incorporándole metas a cumplir.

Las prioridades se asignaron a las metas de la siguiente forma:

P_1 - Capital disponible, es el factor más importante a la hora de realizar una inversión.

P_2 - TIR, factor que determina la cantidad de capital que se recupera por año del capital invertido.

P_3 - VAN junto con la del PRD, en el modelo se da más peso a los criterios económicos que a los técnicos.

P_4 - Fiabilidad del sistema, de los criterios técnico es el de mayor peso.

P_5 - Por ciento de utilización de los equipos, criterio muy ligado con la fiabilidad del sistema.

P_6 - Por ciento de utilización de los obreros, última meta.

Las prioridades en un modelo multicriterial son literales, se resolvió el problema de las prioridades llevándolas de cuantitativas a cualitativas utilizando múltiplo de 10.

El modelo planteado es el siguiente:

Definición de las variables:

X_1 - Realizar el proyecto de la tecnología de 6 etapas con capacidad 2140 y fiabilidad 0.9655

X_2 - Realizar el proyecto de la tecnología de 6 etapas con capacidad 1474 y fiabilidad 0.7422

X_3 - Realizar el proyecto de la tecnología de 6 etapas con capacidad 2140 y fiabilidad 0.9985

X_4 - Realizar el proyecto de la tecnología de 6 etapas con capacidad 1474 y fiabilidad 0.9320

X_5 - Realizar el proyecto de la tecnología de 3 etapas con capacidad 2140 y fiabilidad 0.9989

X_6 - Realizar el proyecto de la tecnología de 3 etapas con capacidad 1474 y fiabilidad 0.9903

d_1^+ - Cantidad de capital por exceso.

d_1^- - Cantidad de capital por defecto.

d_2^+ - Cantidad de tiempo interno de retorno por exceso.

d_2^- - Cantidad de tiempo interno de retorno por defecto.

d_3^+ - Cantidad de valor actual neto por exceso.

d_3^- - Cantidad de valor actual neto por defecto.

d_4^+ - Por ciento de utilización de los equipos por exceso.

d_4^- - Por ciento de utilización de los equipos por defecto.

d_5^+ - Por ciento de utilización de los obreros por exceso.

d_5^- - Por ciento de utilización de los obreros por defecto.

d_6^+ - Fiabilidad del sistema por exceso.

d_6^- - Fiabilidad del sistema por defecto.

d_7^+ - Período de recuperación al descontado por exceso.

d_7^- - Período de recuperación al descontado por defecto.

Función objetivo:

$$\text{Min } Z = 1000000d_1^+ + 100000d_2^+ + 10000d_3^- + 10000d_7^- + 1000d_6^- + 100d_4^- + 10d_5^-$$

Sujeto a las siguientes restricciones:

$$276219 .97 X_1 + 142045 .47 X_2 + 280946 .28 X_3 + 150634 .14 X_4 + 539232 .28 X_5 + 299451 .08 X_6 + d_1^- - d_1^+ \leq 600500$$

$$23X_1 + 41X_2 + 23X_3 + 39X_4 + 12X_5 + 19X_6 + d_2^- - d_2^+ \leq 23$$

$$211750 .83 X_1 + 277955 .97 X_2 + 214564 .93 X_3 + 271394 .84 X_4 + 635335 .19 X_5 + 91967 .64 X_6 + d_3^- - d_3^+ \geq 91967 .64$$

$$47.75 X_1 + 52.66 X_2 + 29.33 X_3 + 37.83 X_4 + 61.13 X_5 + 74.23 X_6 + d_4^- - d_4^+ \geq 47.50$$

$$46.62 X_1 + 32.43 X_2 + 46 X_3 + 33.15 X_4 + 44.19 X_5 + 1956.35 X_6 + d_5^- - d_5^+ \geq 44$$

$$0.9655 X_1 + 0.7422 X_2 + 0.9985 X_3 + 0.9320 X_4 + 0.9989 X_5 + 0.9903 X_6 + d_6^- - d_6^+ \geq 0.9655$$

$$4X_1 + 3X_2 + 4X_3 + 3X_4 + 5X_5 + 4X_6 + d_7^- - d_7^+ \leq 5$$

$$1474 X_1 + 1474 X_2 + 1474 X_3 + 1474 X_4 + 1474 X_5 + 1474 X_6 \geq 1474$$

$$2140 X_1 + 1474 X_2 + 2140 X_3 + 1474 X_4 + 2140 X_5 + 1474 X_6 \geq 1012$$

$$2430 X_1 + 1350 X_2 + 2295 X_3 + 1620 X_4 + 1485 X_5 + 810 X_6 \leq 3000$$

Restricción de no negatividad $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \geq 0$ (variables booleanas).

Con el objetivo de determinar la alternativa o el proyecto de inversión que satisfaga las metas y prioridades planteadas en el modelo anterior se resolvió el mismo por el paquete de programas STORM. (HAMILTON, et. al. (1989))

Los resultados obtenidos concluyen que el proyecto a desarrollar es el de la tecnología de 3 etapas con capacidad de 1474 unidades diarias con una fiabilidad de 0.9903 y un porcentaje de utilización de los equipos y obreros de 74.23 y 56.35 respectivamente. Si analizamos el resultado obtenido y lo comparamos con el obtenido utilizando solamente criterios económicos podemos apreciar que existe una gran diferencia en cuanto a sus factores técnicos, demostrando con esto que el modelo multicriterial planteado y desarrollado en este trabajo para el análisis de inversiones es más adecuado y más universal que los métodos dinámicos unifactoriales de análisis de inversiones.

3 CONCLUSIONES

- La matemática ha sido históricamente una herramienta necesaria utilizada en el desarrollo social las actividades productivas, la investigación científica y la vida en general.
- La optimización uniojetivo generalmente ha tratado de optimizar los costos, las ganancias, o la producción, no teniendo en cuenta otros objetivos ecológicas que afecten el medio ambiente, de utilización de recursos, de calidad de la producción, luego no favorecen un desarrollo sustentable.
- En el caso de estudio expuesto puede verse claramente como una solución multicriterial a un problema brinda una solución de compromiso que satisface los objetivos múltiples en vez de una solución que optimice todos los objetivos del problema.
- El modelo multicriterial resuelto permite a la empresa obtener la mejor variante de inversión desde múltiples puntos de vista la capacidad, la calidad, la utilización del capital, el tiempo interno de retorno de la inversión, el valor presente neto, la utilización de recursos materiales y humanos entre otros con un beneficio económico óptimo.
- Un modelo multicriterial como el planteado, es más adecuado y más universal que los métodos dinámicos unicriteriales, ya que con el mismo se pueden obtener diferentes soluciones factibles y adecuadas según los valores de las prioridades que se tomen. Estas prioridades pueden reforzar el aspecto técnico o económico, buscando soluciones de compromiso.

Con los resultados obtenidos, por el modelo multicriterial, se pudo dar respuesta a la Toma de Decisiones de la Empresa para asumir la Inversión que diera los mejores resultados integrales a la Empresa, desde los puntos de vista de Capital Invertido, Tiempo de Recuperación del mismo, Fiabilidad de los equipos, utilización de los recursos humanos y otros.

Received March 2004
Revised May 2007

REFERENCIAS

- BUNDSCHUH, J. (1996) : La responsabilidad de las universidades en la Educación Ambiental y sus posibilidades: Contaminación y protección de los recursos hídricos. Educación Superior. Siglo XXI. Conferencia Regional sobre políticas y Estratégicas para la Transformación de la Educación Superior en América Latina y el Caribe. (La Habana):
- CORTÉS, M., R. MIRANDA, T. SÁNCHEZ y D. CURBEIRA (2005): **Aplicaciones de la Modelación Matemática a la Administración y la Economía**. Universidad Autónoma del Carmen. Mérida. México.
- CORTÉS, M. (1999): **Introducción a la Investigación de Operaciones**. – Editorial Universidad de Cienfuegos. , Cienfuegos.
- EVANS, G. W. (1984): An Overview of Techniques for solving muliobjective Mathematical Program.

Management Sc. 30, 1268-1282..

GONZÁLEZ G. M., J.A. LÓPEZ y J.L. LUJAN :(1996): **Ciencia Tecnología y Sociedad. Una nueva Introducción al Estudio Social de la Ciencia y la Tecnología.** Madrid: Tecnos.

HAMILTON, E; Dale, A; Chaudrashekha y, M; Kamlesh, A: (1989): **STORM. Quantitative Modelling for Decision Support.** Holden-Day, Inc. Oakland. 450 p.

RAMANATHAN, R.A. (1993): Multiobjective Programming Approach to Energy Resource Allocation Problems. **International Journal of Energy Research** , 1, 105-119 .