

ANALISIS DIFUSO DE COALICIONES (II)

Rafael Espín Andrade, Facultad de Ingeniería Industrial, Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría"¹
Eduardo Fernández González, Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Sinaloa, México²

RESUMEN

El presente trabajo es el primero de dos artículos seriadados que proponen un modelo lógico difuso de regateo que traduce un grupo de presupuestos obtenidos en literatura no matemática frecuentemente consultada, que refleja la experiencia de prestigiosos autores sobre la negociación. Se establece una racionalidad simple y real, que permite a diferencia de modelos anteriores el pronóstico de los resultados del regateo. El punto de partida del modelo son las ideas básicas de la teoría de juegos n-personales de Von Neumann y Morgenstern, aportando un nuevo paradigma de solución. El modelo ha sido implementado en un programa MATLAB. También se presenta un análisis lógico difuso de coaliciones, a partir de los resultados del modelo. En este segundo artículo se expone el modelo, el experimento de validación del mismo, un grupo de ejemplos ilustrativos y las conclusiones y recomendaciones.

Palabras clave: negociación, regateo, teoría de juegos, fuzzy logic.

MSC: 90D06.

ABSTRACT

A fuzzy logic model for bargaining is presented in two consecutive papers. This model "translates" a group of assumptions obtained from a frequently consulted non mathematical literature, which reflects the experience of prestigious authors about the topic of negotiation, establishing a simple and consensual rationality, that in contrast with previous approaches makes possible a prognostic of the bargaining process. Once this fuzzy model is built, it can be used in connection with the theory of Von Neumann and Morgenstern for n-personal games, becoming in a new solution paradigm for these. The model was implemented on a MATLAB program. A fuzzy logic coalition analysis is presented from the model. Here is explained the model, the validation experiment, a group of illustrative examples and the conclusions and recommendations.

Key words: negotiation, bargaining, games theory, fuzzy logic.

1. INTRODUCCION

Los éxitos principales alcanzados en los sistemas de apoyo a la decisión vinculados con el proceso negociador han sido alcanzados desde la óptica de la negociación como decisión de grupo [Bui (1994), Jelassi and Jones (1988), Jelassi and Zionts (1990), Shell (1995)]. Sin embargo, los directivos empresariales necesitan tomar decisiones desde la perspectiva de las instituciones que ellos dirigen. Importantes decisiones estratégicas y operativas relacionadas con la negociación, como la selección de contrapartes, la aceptación o no de una propuesta dada, y la formulación de propuestas y contrapropuestas necesitan de esta perspectiva.

Con tales propósitos se requieren esfuerzos descriptivos del proceso de regateo que permitan estimar razonablemente los beneficios que se obtendrían en cada marco. Pero los modelos matemáticos existentes o no se proponen tal pronóstico o solo son apropiados en casos particulares [Raiffa (1982), Roth (1982, 1995), Rust and others (1992)]. Atrapar la esencia de la rica heurística del proceso de regateo, su lógica interna, es la meta a alcanzar. El aporte de un modelo que lo permita es la novedad científica fundamental de este trabajo.

El profesor de la Universidad de Barcelona y presidente de la SIGEF Dr. Jaime Gil Aluja expresó la esencia de la Matemática Difusa o Borrosa a través de lo que llamó el principio de la simultaneidad gradual [Dubois, D. and H. Prade (1980), Gil Aluja, J. (1996)].

"...el principio del tercio excluido aparece, junto con otros, dominando el pensamiento investigador que ha ido utilizando un lenguaje matemático derivado del mismo y cuyo máximo exponente (pero no el exclusivo) ha tenido como sustento el sistema binario y la matemática mecanicista. La superación de este principio y su sustitución por otro que hemos denominado *Principio de simultaneidad gradual*, ha permitido pasar de la lógica booleana a *unas* lógicas multivalentes, entre las cuales se destaca la lógica borrosa".

¹ E-mail:espin@ind.ispjae.edu.cu

² E-mail:eddy@uas.uasnet.mx

La Matemática Difusa ha provocado de hecho una auténtica revolución científico técnica que tiene ya un papel apreciable en el campo de las finanzas y la administración de negocios [Brassler and Homburg (1996), Castillo and Melin (1996), Mc Neil and Freiburger (1995), von Altrock (1995)].

El presente trabajo da un papel preponderante al concepto de capacidad de regateo, utilizando la matemática difusa para definirla, a partir de un grupo de predicados obtenidos a través del estudio de la literatura de negociación.

Para resolver el problema que constituye su obtención se postuló como hipótesis la conveniencia del uso de las ideas básicas de la teoría de juegos n-personales de Von Neumann y Morgenstern por sus amplias posibilidades para modelar diversas situaciones de la realidad, y la Matemática borrosa por sus potencialidades para formalizar el conocimiento que sobre el proceso negociador, y en particular sobre el regateo, se refleja en la literatura sobre el tema.

La temática de los juegos n-personales suele ser llamada por algunos autores, Análisis de coaliciones, aunque la gran mayoría de los paradigmas de solución en esta teoría, no relacionan la formación de las coaliciones con las soluciones que postulan [Osborne and Rubinstein (1994), Thomas (1983), Greenberg, J. (1994)]. Por otra parte como a diferencia del resto de la teoría de juegos, la casi totalidad de tales paradigmas, tienen un carácter determinista, los mismos no toman en cuenta cuan probable o posible es la concreción de un acuerdo entre las partes en el seno de un marco negociador determinado.

La solución aquí propuesta permite resolver tales dificultades, dando no solo el pronóstico de lo que debe obtener cada jugador de acuerdo a su capacidad de regateo en cada marco negociador (conjunto de jugadores), sino también el cálculo de las posibilidades de acuerdo en cada uno de los marcos de regateo, y consecuentemente una "medida lógica" de la conveniencia de que un jugador especificado negocie un acuerdo en un marco determinado.

El Análisis difuso de coaliciones que se propone, facilita la toma de decisiones estratégicas y operativas desde la perspectiva de cada jugador.

Para la obtención del modelo se elaboraron un grupo de presupuestos básicos sobre la base de la consulta bibliográfica de literatura no matemática sobre negociación, los que fueron verificados a través de la consulta a expertos.

El modelo elaborado a partir de estos presupuestos, fue implementado en un programa MATLAB. Se realizaron corridas experimentales del programa para verificar la existencia de solución y un experimento de regateo en el seno de talleres con el propósito de fijar un parámetro del modelo y validar la utilidad predictiva del mismo.

En el primer artículo se reflejó la situación de los modelos matemáticos existentes en relación con el problema del pronóstico de los resultados de una negociación, se expuso la caracterización del proceso de regateo, así como los elementos teóricos necesarios para la comprensión del modelo y sus beneficios en relación con los precedentes. En este segundo artículo se expone el modelo, el experimento de validación del mismo, un grupo de ejemplos ilustrativos y las conclusiones y recomendaciones.

2. EXPERIMENTO DE VALIDACION DEL MODELO

El experimento consistió en lo siguiente:

Sobre la base de los tres ejemplos clásicos anteriores se generaron situaciones de regateo.

En el marco de un curso de negociación y de un taller convocado especialmente se formaron grupos de tres elementos.

Se les indicó a algunos grupos negociar en el marco de los tres jugadores y a los restantes en un marco de dos jugadores dejando al tercero el papel de observador. Para lograr un compromiso real de cada elemento con su rol se indicó que cada uno debía evaluar el desempeño de los dos restantes y comunicarlo de manera secreta a dos profesores que se mantenían observando el experimento, para dictaminar si se lograba tal compromiso. El promedio de las evaluaciones otorgadas por los otros dos jugadores se consideró la evaluación del desempeño del mismo.

Si un grupo no llegaba a un acuerdo o se dictaminaba que en él no se había logrado un compromiso real con los roles correspondientes, estos eran eliminados de la muestra.

La Tabla 1 contiene la desviación estándar de los promedios en cada grupo y la distancia euclideana entre el vector de los resultados experimentales y el vector de los resultados del modelo para varios valores del parámetro en cada equipo formado.

Se realizó una búsqueda con varios algoritmos de optimización local para seleccionar el valor del parámetro de acuerdo a los resultados experimentales. Se tomó como función objetivo una suma pesada de las distancias correspondientes a cada uno de los grupos, donde los pesos se tomaron de modo que se priorizaran los grupos con menor desviación en las evaluaciones de sus miembros.

El valor del parámetro delta obtenido del modo explicado fue 0.0494 y los resultados obtenidos por el modelo se incluyen en la Tabla 9.

Se aplicó la prueba de rango con signo de Wilcoxon [Siegel (1974)] a las listas de resultados del modelo para el parámetro seleccionado y de los resultados experimentales, obteniendo la decisión de no rechazar la hipótesis de la igualdad de las medianas de ambas listas, para un nivel de significación de 0.05, lo que legitima experimentalmente la hipótesis de investigación y el modelo propuesto.

Tabla 1.

Problema	Marco	Grupo	Desviación	Distancia				
				0.025	0.05	0.1	0.2	0.3
1	{1,2,3}	1	0.5	0.0348	0.0352	0.0361	0.0377	0.0392
		2	0.8660	0.0467	0.0471	0.0480	0.0496	0.0510
		3	0.5774	0.0525	0.0528	0.0534	0.0546	0.0556
	{1,2,3}	1	0	0.0206	0.0213	0.0226	0.0250	0.0271
		2	0.3536	0.0423	0.0416	0.0403	0.0379	0.0357
		3	0	0.0281	0.0288	0.0301	0.0325	0.0347
2	{1,2,3}	1	0.5	0.0265	0.0276	0.0307	0.0389	0.0478
		2	1	0.1048	0.1045	0.1042	0.1048	0.1068
	{1,2}	1	1.0607	0.1404	0.1400	0.1394	0.1387	0.1383
		2	0.7071	0.0349	0.0346	0.0340	0.0333	0.0329
3	{1,2,3}	1	1	0.1806	0.1743	0.1618	0.1382	0.1164
		2	0.5774	0.0643	0.0707	0.0832	0.1067	0.1286
	{1,2}	1	0.3536	0.1397	0.1383	0.1360	0.1332	0.1318
		2	1.0607	0.2811	0.2797	0.2775	0.2747	0.2733

3. SELECCION DE LOS MARCOS DE NEGOCIACION

La selección de los marcos de negociación más convenientes para un jugador predeterminado es un problema de decisión de dos atributos: el pronóstico del beneficio que obtendrá y la posibilidad de obtener un acuerdo en ese marco, por lo que resulta natural medir la conveniencia del marco C para el jugador i a través del valor de verdad del siguiente predicado:

$$D_v(i,C) = q_v(i,C) \wedge f_v(i,C)$$

Sin embargo tal medida no tiene en cuenta la posibilidad de que los jugadores de C se constituyan en una coalición para negociar en un marco más amplio, lo que puede mejorar los beneficios.

Para ello es necesario tener en cuenta de algún modo el beneficio que la coalición puede obtener en cada uno de los marcos, en caso de que se produzca una determinada estructura de coaliciones, para ello es preciso introducir un nuevo concepto.

Sea v un juego n-personal y α una partición del conjunto N de todos los jugadores. Llámese subjuego de v para la partición α al juego v_α cuyos jugadores son los conjuntos de la partición (coaliciones) y cumple que:

$$v_\alpha = \left(\{F_1, F_2, \dots, F_k\} \right) = v \left(\bigcup_{i=1}^k F_i \right).$$

La matrix X_{v_α} nos aporta el pronóstico de los resultados de cada coalición en cada marco, en caso de ocurrir α . Los predicados asociados a los subjuegos nos proporcionan información útil, que debe tenerse en cuenta en la selección de los marcos de negociación.

Tiene sentido formular ahora el siguiente enunciado que tiene presente la posibilidad de formación de coaliciones para negociar en marcos convenientes, para medir la conveniencia de un marco dado para un jugador dado:

El marco de negociación C es conveniente para el jugador i , si es posible obtener un acuerdo beneficioso en ese marco y si el acuerdo no es muy beneficioso, cualquiera sea la estructura de coaliciones que se produzca, existe un marco de negociación S , conveniente para la coalición C .

Consecuentemente el valor de verdad del siguiente predicado se propone como la expresión numérica de la conveniencia del marco C para el jugador i :

$$d_v(i, C) = D_v(i, C) \wedge \left\{ q_v(i, C) \vee \left\{ \bigwedge_{C \in \alpha} \bigvee_{\substack{S \subset \alpha \\ S \neq \{C\}}} D_v(C, S) \right\} \right\}.$$

4. EJEMPLOS

Retómense a continuación uno a uno y en el mismo orden los ejemplos vistos en el primer artículo, para abordar ahora su solución a través del nuevo modelo y comparar los nuevos resultados con los ya obtenidos a través de otros paradigmas:

Ejemplo 1:

Los resultados de este ejemplo vienen dados por las siguientes matrices, suministradas por el programa MATLAB que implementa el modelo:

La siguiente tabla refleja los resultados de la matriz solución X que aporta los resultados pronosticados para cada jugador en cada marco negociador.

	{1,2}	{1,3}	{2,3}	{1,2,3}
1	18.5712	21.8512	0	22.0463
2	1.4288	0	0	1.1503
3	0	3.1488	0	1.8033

Los valores veritativos del predicado f suministran la posibilidad de concertación de acuerdo en cada marco:

	{1,2}	{1,3}	{2,3}	{1,2,3}
Posibilidades	0.1571	0.23813	0.0625	0.051415

Como se observa la mayor posibilidad de acuerdo, es en el marco {1,3}, en tal caso el acuerdo sería (21.8512, 0, 3.1488) vector perteneciente al Core.

Como puede observarse al comparar el pronóstico para el marco {1,2,3} con el valor de Shapley (20.8333, 0.8333, 3.3333), este último privilegia comparativamente al jugador 3 cuya capacidad objetiva de negociación es menor, a costa del jugador 1, lo que se corresponde con la crítica realizada al valor de Shapley.

No se obtienen resultados irreales como en el caso del Conjunto de regateo, donde había jugadores incorporados a una coalición y sin embargo obtenían pago 0. Aquí todos los jugadores pertenecientes a un marco de negociación tienen pronosticados beneficios diferentes de 0. Lo que sucede en tales casos es que la posibilidad de obtención de un acuerdo es baja, pero si se concretara se obtendría algún beneficio.

Tal es el caso de {1,2,3}, la posibilidad de concreción de un acuerdo en ese marco es la menor de todas, pues además de participar el mayor número de jugadores, el jugador número 2 realiza un aporte nulo, pues basta el concurso de los jugadores 1 y 3 para obtener el mayor beneficio conjunto, que es de 25. En el marco {2,3} también es muy baja la posibilidad de acuerdo pues los beneficios obtenidos por los jugadores serían nulos.

La selección del marco negociador más apropiado es como se aprecia un problema de decisión con dos atributos.

Los resultados aportados por la matriz D, facilitan el ordenamiento de los marcos desde la perspectiva de cada jugador a través de una medida de la conveniencia que combina lógicamente ambos atributos:

	{1,2}	{1,3}	{2,3}	{1,2,3}
1	0.089245	0.15016	0	0.032612
2	0.08283	0	0.03125	0.026835
3	0	0.13335	0.03125	0.027475

Como se observa, el marco más conveniente para 1 es {1,3}. Los jugadores 2 y 3 sin embargo deben buscar al jugador número 1 para negociar.

El marco {1,2,3} no es conveniente para ningún jugador individualmente. Pudiera ser conveniente negociar en él para algún jugador como parte de una coalición. El marco {2,3} tampoco es conveniente para sus integrantes, como marco definitivo, pero pudiera ser útil como coalición para negociar en el marco {1,2,3}. Las respuestas a estas dudas y un análisis de coaliciones desde la perspectiva de cada jugador es posible a través de la matriz d que aparece a continuación, ella mide la conveniencia teniendo en cuenta la posibilidad de realizar posteriores acuerdos en otros marcos formando una coalición con los jugadores del marco inicial.

	{1,2}	{1,3}	{2,3}	{1,2,3}
1	0.0349	0.0637	0	0.0145
2	0.0290	0	0.0109	0.0073
3	0	0.0474	0.0109	0.0145

En este caso el ranking de marcos por jugador aportado por las matrices d y D coincide.

Ejemplo 2:

Los resultados son los siguientes:

Resultados obtenidos para la matriz x

	{1,2}	{1,3}	{2,3}	{1,2,3}
1	59.1156	42.5313	0	61.6948
2	58.8844	0	25.1973	37.8049
3	0	41.4687	24.8027	21.5003

Resultados obtenidos para la matriz f

	{1,2}	{1,3}	{2,3}	{1,2,3}
Posibilidades	0.49905	0.30556	0.17393	0.072612

Resultados obtenidos para la matriz D

	{1,2}	{1,3}	{2,3}	{1,2,3}
1	0.3657	0.20396	0	0.053946
2	0.36524	0	0.10422	0.047115
3	0	0.20268	0.10395	0.042454

Resultados obtenidos para la matriz d

Recuérdese que el Core de este juego es vacío. Su valor de Shapley es (57.33, 40.33, 23.33). Nótese que como es natural el Core en relación con el pronóstico en el marco {1,2,3} favorece a los jugadores 2 y 3 que son los más débiles.

	{1,2}	{1,3}	{2,3}	{1,2,3}
1	0.2074	0.0513	0	0.0298
2	0.2067	0	0.0515	0.0198
3	0	0.0509	0.0512	0.0145

En este caso hay una variación en el ranking de los marcos de negociación para el jugador 3. El mejor marco según D sería {1,3}, sin embargo como d tiene en cuenta que la posibilidad de obtener un acuerdo ventajoso de producirse una negociación en el marco de todos los jugadores con 2 y 3 formando una coalición es alta, considera más conveniente {2,3} que {1,3}.

Ejemplo 3:

Resultados obtenidos para la matriz x

	{1,2}	{1,3}	{2,3}	{1,2,3}
1	5.022	5.022	0	7.424
2	4.978	0	0	1.288
3	0	4.978	0	1.288

Resultados obtenidos para la matriz f

{1,2}	{1,3}	{2,3}	{1,2,3}
0.51963	0.51963	0.0625	0.065677

Resultados obtenidos para la matriz D

	{1,2}	{1,3}	{2,3}	{1,2,3}
1	0.38415	0.38415	0	0.05607
2	0.38306	0	0.03125	0.036869
3	0	0.38306	0.03125	0.036869

Resultados obtenidos para la matriz d

	{1,2}	{1,3}	{2,3}	{1,2,3}
1	0.0767	0.0767	0	0.0001
2	0.0765	0	0.0120	0.00005
3	0	0.0765	0.0120	0.00005

Los resultados de la matriz X no tienen en ningún caso el defecto de asignar pago 0 a los jugadores 2 y 3.

El valor de Shapley (6.67, 1.67, 1.67) cumple también que en comparación con el pronóstico del marco de los tres jugadores, beneficia a los jugadores 2 y 3 que tienen una posición más débil.

Los resultados arrojan que el jugador 1 debe intentar asociarse como uno de los dos restantes jugadores. Ellos deben buscar por separado al jugador 1 para negociar con él.

En esto coinciden ambas matrices. Sin embargo para los jugadores 2 y 3 la matriz D hace considerar el marco {1,2,3} superior a {2,3} para 2 y 3. Como la matriz d tiene en cuenta la posibilidad de que se obtenga un acuerdo beneficioso por parte de la coalición {2,3} negociando con 1, propone lo contrario que es más razonable.

Ejemplo 4:

Resultados obtenidos para la matriz x

	{1,2}	{1,3}	{2,3}	{1,2,3}
1	33.7873	36.3236	0	38.077
2	25.2127	0	29.1093	29.0114
3	0	8.6764	9.8907	9.9116

Resultados obtenidos para la matriz f

{1,2}	{1,3}	{2,3}	{1,2,3}
0.13478	0.12489	0.12401	0.049727

Resultados obtenidos para la matriz D

	{1,2}	{1,3}	{2,3}	{1,2,3}
1	0.070548	0.067332	0	0.027349
2	0.070068	0	0.067463	0.027021
3	0	0.065286	0.06576	0.026375

Resultados obtenidos para la matriz d

	{1,2}	{1,3}	{2,3}	{1,2,3}
1	0.0242	0.0238	0	0.0083
2	0.0238	0	0.0240	0.0080
3	0	0.0221	0.0225	0.0074

El pronóstico del marco {1,2,3} es un punto no perteneciente al Core cercano a su frontera. Su no pertenencia al Core no debe sorprender, más así cuando la posibilidad de un acuerdo en ese marco es la más baja.

El valor de Shapley calculado anteriormente beneficia al jugador 3 en relación con el pronóstico mencionado.

La matriz d considera como marco más conveniente para el jugador 1 a {1,2}. Para 2 y 3 el mejor marco es {2,3} por la posibilidad de obtener acuerdos beneficiosos negociando como coalición con 1. Esto último no era así para la matriz D que no tiene en cuenta la negociación por coaliciones.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

1. El trabajo científico realizado permite afirmar que el modelo propuesto es un modelo eficiente de pronóstico de la negociación, y por lo tanto una herramienta útil para facilitar las decisiones antes del proceso y durante el mismo. La racionalidad simple y real que el modelo aporta a través de la utilización de la lógica difusa para formalizar el conocimiento impreciso que subyace en la heurística del proceso negociador, permite la realización del análisis de coaliciones desde la perspectiva de cada jugador.
2. Es conveniente abordar las siguientes líneas de perfeccionamiento:
 - Demostrar formalmente la existencia y unicidad de la solución.
 - Generalizar el modelo para el caso de n funciones que caractericen el juego, una para cada jugador, con el propósito de considerar las diferentes perspectivas.
 - Ampliar la muestra experimental, para mejorar la selección del parámetro.
 - Considerar un parámetro para cada predicado básico para mejorar el ajuste a la información experimental, modelando de este modo la importancia relativa de los mismos.
3. La aplicación del modelo para el análisis de negociaciones ha permitido comprobar su viabilidad y utilidad práctica. La aplicación del mismo en la mayor cantidad de situaciones reales es una dirección muy importante de su perfeccionamiento.

REFERENCIAS

- BRASSLER, A. and O. HOMBURG (1996): "Integration of the fuzzy sets theory in the firm's planning process", Proceedings of International Conference on Intelligent Technologies in Human-Related Sciences, León, Spain, 395-402.
- BUI, T. (1994): "Evaluating Negotiation Support Systems: A Conceptualization", Proceeding of Twenty-Seventh Annual International Conference on Systems Sciences, Hawaii.
- CASTILLO, O. and P. MELIN (1996): "An Intelligent System for Financial Time Series Prediction using Fuzzy Logic Techniques and Fractal Theory", Proceedings of International Conference on Intelligent Technologies in Human-Related Sciences, León, Spain, 423-430.
- DUBOIS, D. and H. PRADE (1980): "Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications", Academic Press Inc.
- GIL ALUJA, J. (1996): "Lances y desventuras del nuevo paradigma de la decisión", Proceedings of the International Society Congress on Management and Fuzzy Economy, Buenos Aires, 95-106.
- GREENBERG, J. (1994): "Coalition Structures", In: R.J. Arumann and S. Hart (editors) (1992): Handbook of Game Theory, Elsevier, Amsterdam, II.
- JELASSI, T.; G. KERSTEN and S. ZIONTS (1990): "An introduction to Group Decision and Negotiation Support", In: C.A. Banae Costa (ed.) Readings in Multiple Criteria Decision Aid, Springer Verlag, Berlin, 537-568.
- JELASSI, M.T. and B.H. JONES (1988): "Getting to Yes with NSS: How Computers can support negotiation", Organizational Decision Support Systems, A.M.M. R.M. Lee and P. Migliarese, Amsterdam, North-Holland: 75-85.
- Mc NEIL, D. and P. FREIBERGER (1993): Fuzzy Logic. Simon & Schuster, New York.

- OSBORNE, M. and A. RUBINSTEIN (1994): "A Course in Game Theory", Cambridge, Mass, MIT Press.
- RAIFFA, H. (1982): "The Art and Science of Negotiation", Harvard University Press, London.
- ROTH, A. (ed.) (1985): "Game-Theoretic Models of Bargaining", Cambridge.
- _____ (1995): "Bargaining Experiments", In: Kagel, J. and Roth A. (eds.) Handbook of Experimental Economy, Princeton University Press, 253-348.
- RUST, J.; J.H. MILLER and R. Palmer (1992): "Behavior of Trading Automata in a Computerized Double Auction Market", in The Double Auction Market, D. Friedman and J. Rust, Editor. Addison-Wesley: Reading, MA. p. 155-198.
- SHELL, G.R. (1995): "Computer-assisted Negotiation and Mediation. Where we are and where we are going". **Negotiation Journal** 11(2): 117-121.
- SIEGEL, S. (1974): "Estadística no paramétrica aplicada a las ciencias de la conducta", Méjico, Ed. Trillas.
- THOMAS, L.C. (1983): "Games, Theory and Applications", Ellis Horwood Series, Mathematics and its applications.
- von ALTROCK, C. (1995): "Fuzzy Logic and Neurofuzzy Applications in Bussines and Finance", Prentice Hall, New Jersey.